

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)» МАИ (НИУ)

На правах рукописи

Луханин Владимир Олегович

**МЕТОДИКА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДНЫХ ВОЗДУШНЫХ  
ВИНТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С УЧЁТОМ  
ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ И СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЙ**

Специальность 2.5.13.

«Проектирование, конструкция, производство, испытания  
и эксплуатация летательных аппаратов»

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник  
Артамонов Борис Лейзерович

Москва - 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АЭРОДИНАМИКИ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ НА РЕЖИМАХ ОСЕВОГО ОБТЕКАНИЯ.....	20
1.1 Математические модели аэродинамики изолированного воздушного винта.....	22
1.1.1 Модели на основе лопастной вихревой теории.....	24
1.1.2 Модели на основе дисковой вихревой теории.....	26
1.2 Имитационная модель аэродинамических характеристик профиля лопасти .....	30
1.3 Алгоритм расчёта аэродинамических характеристик изолированного воздушного винта.....	34
1.3.1 Решение системы уравнений связи.....	34
1.3.2 Вычисление коэффициентов силы тяги и крутящего момента воздушного винта.....	36
ГЛАВА 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ.....	40
2.1 Математическая модель электропривода.....	40
2.2 Совместная работа воздушного винта и электропривода.....	46
2.3 Основные параметры аккумуляторных батарей.....	48
ГЛАВА 3 МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ.....	51
3.1 Методика оптимизации параметров воздушного винта.....	55
3.2 Варианты задания геометрии лопастей воздушного винта.....	63
3.3 Оптимизация воздушного винта электроприводного беспилотного летательного аппарата-перехватчика вертикального взлёта и посадки.....	70
ГЛАВА 4 ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ.....	78

4.1 Типовые технологические процессы.....	78
4.2 Влияние технологии изготовления на форму лопастей воздушного винта и его аэродинамические характеристики.....	84
ГЛАВА 5 ИСПЫТАНИЯ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ.....	88
5.1 Испытания электроприводов.....	90
5.2 Испытания воздушных винтов .....	99
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	104
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	106
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	117
ПРИЛОЖЕНИЕ А Поправка Прандтля для Х-образного воздушного винта.....	124
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Модифицированный метод вычисления поправки Гольдштейна.....	131
ПРИЛОЖЕНИЕ В Акт внедрения результатов диссертационной работы.....	138

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования** определяется необходимостью создания в Российской Федерации современных беспилотных летательных аппаратов различного назначения и размерности, в том числе с электрической силовой установкой, что отражено в постановлении Правительства РФ от 9 февраля 2023 года №190 [1].

Достижения технологии, материаловедения и электроники привели к стремительному развитию беспилотной авиации. С каждым днём растёт количество беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), на подавляющем большинстве которых в качестве движителя используется воздушный винт.

Среди них выделяется особый класс аппаратов, оснащённых электрическим приводом. Ещё недавно электрические БПЛА не могли выполнять практически значимые полетные задачи, изготавливались только экспериментальные аппараты. Теперь же в воздух поднимаются первые пилотируемые электросамолёты, ведутся активные исследования и испытания летательных аппаратов (ЛА) на солнечных батареях, а малоразмерные электрические БПЛА уже вступили в фазу активного коммерческого и военного использования.

Такие особенности БПЛА, как малая размерность и низкие скорости полёта, характерные для большинства ЛА данного класса [2], в сочетании с техническими, технологическими, экономическими и другими ограничениями, а также возможности современных электронных компонентов БПЛА (аккумуляторов, солнечных батарей) и специфические особенности работы электрических двигателей, приводят к необходимости комплексного подхода к проектированию воздушных винтов для таких аппаратов, выбору основных проектных параметров силовой установки и БПЛА в целом.

Всеобщая тенденция к автоматизации решения задач проектирования и технологии изготовления привела к появлению различных пакетов программного обеспечения, принципиально меняющих подход к решению задач проектирования воздушных винтов для ЛА различных классов и весовых категорий. Уже

существуют программы, реализующие с той или иной степенью точности и достоверности расчёт аэродинамических характеристик авиационных профилей, формирующих поверхность лопастей винта и крыла, поверочный расчёт воздушных винтов и других несущих и ненесущих элементов ЛА. Опыт работы в данной области показывает, что при разработке методики проектирования воздушного винта необходимо учитывать типовые полетные задания, выполняемые аппаратом, и критерии их оценки, рассматривать вопросы устойчивости сходимости итерационных процессов в методах расчета аэродинамических характеристик винтов, учитывать вычислительную сложность используемых алгоритмов, а саму методику излагать в удобной для практической программной реализации форме.

### **Степень разработанности темы**

Инструментом для аэродинамического проектирования воздушных винтов является раздел аэродинамики, называемый теорией воздушного винта. Фундаментальные исследования в области теории воздушного винта были проведены в начале XX века рядом известных отечественных и зарубежных учёных, таких как Н.Е. Жуковский [3], Б.Н. Юрьев [4], L. Prandtl [5], A. Betz [6], S. Goldstein [7], H. Glauert [8] и другими. В их трудах разработаны методы расчёта воздушных винтов в осевом потоке, а также решена задача о винте с минимальными индуктивными потерями.

Дальнейшее развитие теории воздушного винта в период 30 - 70-х годов XX века осуществляли В.П. Ветчинкин, Н.Н. Поляков [9], Г.И. Майкапар [10, 11], В.В. Келдыш [12], T. Theodorsen [13, 14], И.В. Остославский [15], М.Л. Миль [16], А.М. Лепилкин [17], Е.С. Вождаев, В.С. Вождаев, В.Э Баскин, Л.С. Вильдгрубе [18], В.И. Шайдаков [19-22], Э.А Петросян [23] и многие другие. Эти учёные занимались доведением методов расчёта аэродинамических характеристик винтов до практического приложения, развитием дисковых и лопастных вихревых теорий применительно к одиночному и соосным винтам, работе винтов в косом потоке, интерференцией винта и частей летательного аппарата и другими вопросами.

С 70-х годов XX века развивалась нелинейная теория винта такими учёными

как В.Э. Баскин [18], С.М. Белоцерковский, Б.Е. Локтев [24], М.А. Головкин [25], Б.С. Крицкий [26-29], В.И. Шайдаков [30], D.R. Clark [31], A.J. Landgrebe [32], W. Johnson [33] и другими. В последние годы работы в этой области проводили в МАИ Ю.М. Игнаткин, П.В. Макеев, А.И. Шомов [34], разработавшие программный комплекс для расчёта нестационарных аэродинамических характеристик несущего винта вертолётa на базе нелинейной лопастной теории с учётом диффузии вихрей.

В настоящее время теория винта достаточно хорошо развита и дальнейшие работы должны быть направлены в сторону уменьшения вычислительных затрат и улучшения сходимости расчетных методов. В этом направлении исследования проводили В.С. Вожаев и Е.С. Вожаев, разработавшие аналитический метод расчёта индуктивных скоростей в рамках дисковой вихревой теории в косом потоке [35], а также метод расчёта воздушного винта [36], основанный на аналитических решениях для индуктивных скоростей, вызванных системой винтовых вихрей [37]. В этом направлении работали и за рубежом [38].

Задача вычисления индуктивных скоростей системы винтовых вихрей актуальна также в области ветроэнергетики, здесь можно отметить работы В.Л. Окулова [39], предложившего для этой цели аналитические аппроксимации. Б.Л. Артамонов в рамках лопастной теории предложил новый способ дискретизации вихревого следа винта путём его разбиения на треугольные вихревые панели [40], позволяющий вычислять индуктивные скорости в произвольной точке вихревой пелены через элементарные функции.

Отдельно следует отметить работы, направленные на создание и развитие методов расчёта винта в кольцевом канале. Здесь большой вклад внёс В.И. Шайдаков, работавший в этом направлении с 60-х годов XX века. Результатом его трудов стали методы расчёта винта в кольце на базе дисковой вихревой теории [41] на различных режимах, включая обобщение поправки Л. Прандтля [5] на случай работы в канале, полученной методом конформных отображений [42].

При некоторых компоновках СУ и режимах полёта ЛА взаимодействие воздушного винта и планера ЛА может быть значительным, среди работ, посвящённых этой проблеме следует отметить диссертацию В.В. Губского,

выполненную в ЦАГИ [43].

Классические методы расчёта воздушного винта требуют наличия аэродинамических характеристик профилей в необходимом диапазоне углов атаки, чисел Рейнольдса и Маха, обычно получаемых из эксперимента в аэродинамических трубах. Большой объём исследований аэродинамических характеристик различных профилей, применяемых на БПЛА, по углам атаки и малым числам Рейнольдса выполнен в Иллинойском университете. Результаты этих исследований опубликовали M.S. Selig, C.A. Lyon, G.A. Williamson [44-48] и другие.

Экспериментальные исследования по числу Маха при больших числах Рейнольдса выполнялись многими авторами. Здесь можно отметить работы [49-52], в которых представлены аэродинамические характеристики некоторых четырёх- и пятизначных профилей NASA и их модификаций, а также профиля Clark-Y при разных относительных толщинах.

Обычно испытания по числам Маха и Рейнольдса проводят на малых углах атаки, однако для расчёта винтов фиксированного шага, которые обычно используются на БПЛА, требуются характеристики профиля на закритических углах атаки, поскольку корневые сечения лопастей таких винтов на некоторых режимах могут работать с отрывом потока. Эксперименты на закритических углах атаки представлены весьма ограниченно. Здесь можно отметить работы [53, 54], а также экспериментальные исследования П.И. Радченко для профиля NASA 230-12, результаты которых приведены в [16].

В последние годы развитие методов вычислительной *CFD*-аэродинамики привело к их активному использованию для получения аэродинамических характеристик профилей. В двухмерном случае скорость расчёта с помощью некоторых пакетов *CFD*-программ достигла высоких значений даже на персональных компьютерах. Здесь можно отметить наиболее распространённую программу *XFoil* [55], написанную M. Drela для расчёта аэродинамических характеристик профилей на докритических углах атаки при малых числах Рейнольдса на докритических числах Маха, а также программу *PROFILI*, созданную R. Eppler

[56].

С помощью *CFD*-методов проводятся расчетные исследования аэродинамических характеристик и оптимальной формы аэродинамических профилей [57-60] в диапазоне чисел Маха и Рейнольдса, характерных для перспективных исследовательских БПЛА по типу «*Ingenuity*» [61], предназначенных для полёта в атмосфере Марса, либо высотных земных БПЛА.

Несмотря на развитие методов вычислительной аэродинамики на сегодняшний день в большинстве методик аэродинамического расчёта воздушных винтов по-прежнему используются экспериментальные характеристики профилей. Однако, экспериментальные данные, полученные одновременно по числам Маха и Рейнольдса, практически отсутствуют. Поэтому для учёта влияния сжимаемости воздуха на коэффициенты аэродинамических сил используют поправки Прандтля-Глауэрта, Христиановича и Кармана-Тзяна [62] и их полуэмпирические модификации [63].

В методиках аэродинамического расчёта воздушного винта S. D'Angelo [64], В.Г. Гайнутдинова и Н.В. Левшонкова [65-67] используются методы коррекции коэффициента подъёмной силы и методы расчёта добавочного волнового сопротивления, дающие удовлетворительный результат только при больших числах Рейнольдса для симметричных четырёхзначных профилей НАСА. В некоторых зарубежных методиках расчёта винтов БПЛА, например, авторов М. McCrink и J.W. Gregory [68], R. MacNeill и D. Verstraete [69] используется поправка Прандтля-Глауэрта и для коэффициента сопротивления, и для коэффициента подъёмной силы, что является достаточно грубым допущением при малых числах Рейнольдса и применимо только для очень малых чисел Маха и малых углов атаки профиля.

Таким образом, в существующих методиках аэродинамического расчёта воздушных винтов применяются методы учёта сжимаемости, которые не могут давать корректного результата для винтов БПЛА во многих практических случаях. *CFD*-модель также может иметь значительную погрешность для некоторых профилей и условий их обтекания. Исследование точности современных *CFD*-



методов применительно к предсказанию характеристик профиля проводили M. D. Maughmer и J.G. Coder [70]. Оно показало хорошие или удовлетворительные результаты для нескольких распространённых программ, однако было ограничено именно теми профилями, характеристики которых воспроизводятся хорошо. В вышеупомянутой работе [69] сравниваются расчётные и экспериментальные характеристики профиля NASA 4412. Установлено, что *CFD*-метод, показавший хорошие результаты в [70], заметно завышает коэффициент подъёмной силы профиля [69]. В итоге можно сделать вывод о том, что проблема получения аэродинамических характеристик профиля в необходимом для винтов БПЛА диапазоне углов атаки, чисел  $Re$ ,  $M$  остается актуальной.

Ещё одним важным вопросом аэродинамики воздушного винта является учёт трёхмерных эффектов в пограничном слое вращающейся лопасти. Эта тема стала более актуальной с развитием малых БПЛА, поскольку данные эффекты проявляются при наличии отрывных зон на верхней стороне лопасти, развитию которых способствует применение на БПЛА винтов фиксированного шага и малые числа Рейнольдса. Здесь можно отметить работы H. Snel, J.J. Corrigan и др. [71, 72], в которых предложены полуэмпирические методы учёта этих явлений. В работе [73] авторов O. Gur и A. Rosen показано, что применение таких поправок целесообразно, начиная с углов установки лопастей, равных  $20^\circ$  и больше [73].

Разнообразие методов расчёта воздушного винта, состоящих из совокупности различных математических моделей аэродинамики, приводит к необходимости выбора их наилучшего сочетания для решения задач проектирования винтов БПЛА. По этой тематике можно отметить работу O. Gur и A. Rosen [74], в которой проводится сравнение нескольких классических методов аэродинамического расчёта винта между собой с экспериментом при средних и больших скоростях протекания. Авторы получили неоднозначный результат, согласно которому импульсная теория наиболее точна, а более сложные теории ухудшают результат по отношению к эксперименту. Можно предположить, что такой вывод связан с тем, что все рассмотренные в [74] методы построены на различных допущениях и отличаются не только способом вычисления

индуктивных скоростей. Поэтому задачу выбора метода расчёта аэродинамических характеристик воздушного винта БПЛА можно считать актуальной.

Верификация методов аэродинамического расчёта воздушных винтов БПЛА требует проведения их испытаний в аэродинамической трубе. Результаты этих испытаний можно использовать также при подборе винта для конкретного ЛА из уже существующих винтов, находящихся в продаже. Экспериментальные характеристики воздушных винтов самолетов большой размерности приведены в работах [75, 76]. Обширные экспериментальные исследования на моделях винтов в кольцевых обтекателях выполнялись в Санкт-Петербурге под руководством С.В. Гагарского [77]. Большой объём экспериментальных данных для малоразмерных винтов содержится в работах J.V. Brandt [78, 79]. Однако, эти данные относятся в основном к испытаниям, выполненным при достаточно малых оборотах, которые ниже практических значений для таких винтов. Исследования моделей винтов вертикально взлетающего аппарата с учётом косоугольного обдува проводились М.А. Головкиным и Н.Н. Тарасовым в ЦАГИ [80].

Достаточно объёмным источником экспериментальных характеристик воздушных винтов и электродвигателей БПЛА являются данные фирмы *T-Motor* [81], проведённые в достаточном для практики диапазоне оборотов. Недостатком этих данных является то обстоятельство, что они получены только в режиме работы «на месте». Кроме того, не все воздушные винты можно идентифицировать. Поэтому проведение новых экспериментов с винтами БПЛА остается актуальным на сегодняшний день.

Перспективным направлением в последние годы стало исследование воздушных винтов нетрадиционных компоновок, например, X-образных винтов, находящихся применение в том числе и на БПЛА. Экспериментальные исследования в данной области проводились М.А. Рождественским и В.А. Ивчиным [82-84], расчётные исследования были выполнены под руководством Ю.М. Игнаткина [85]. Б.Л. Артамонов разработал метод расчёта X-образных винтов на базе дисковой [86] и лопастной вихревых теорий.

Первый полёт электрического БПЛА был совершён в 1957 году. В 80-х года

начали проводиться исследования электрических ЛА, в том числе на солнечной энергии. Здесь следует отметить зарубежных учёных, таких как J.W. Youngblood, T.A. Talay, J. R. Boucher, S.A. Brandt, T.F. Gilliam, P. Berry, A. Noth [87-89] и других. Работы этих авторов посвящены, в основном, вопросам проектирования и конструирования ЛА данного типа. При этом задачи подбора воздушного винта и двигателя рассмотрены ограниченно. Оптимизация воздушного винта и наземные испытания силовой установки в этих работах не рассматриваются вообще.

Среди российских работ можно отметить диссертацию С.В. Серохвостова [90], посвящённую вопросам динамики полёта и управления электрических БПЛА самолетной схемы.

В последние годы стало актуальным решение задач оптимизации винта в контексте условий его применения, когда форма винта находится из условия максимизации эффективности летательного аппарата в целом, а не отдельно винта на каком-либо одном режиме полёта. Здесь можно выделить исследования О. Gur и А. Rosen. В [91] рассматривается оптимизация воздушного винта с учётом создаваемого им уровня шума. В [92, 93] авторы рассматривают вопросы оптимизации воздушных винтов электрических и поршневых ЛА с учётом вышеперечисленных факторов. В [94] описан подход к оптимизации электрического ЛА вертикального взлёта и посадки. В данных работах изложены общие подходы к решению задач оптимизации воздушного винта с учётом множества критериев, рассматриваются некоторые методы оптимизации [95], подходящие для решения данных задач. Однако не приводятся экспериментальные данные, полученные в результате оптимизации силовой установки или воздушного винта отдельно. Также не освещены вопросы испытаний винтов и двигателей, ограничений двигателя, выбора варианта параметризации лопасти и многие другие важные для практики вопросы.

Появились исследования, в которых воздушный винт оптимизируется с учётом профиля полёта ЛА. Например, такая задача применительно к высотному БПЛА большой продолжительности полёта рассматривается в работе J.S. Mounk [96].

На электроприводных БПЛА в подавляющем большинстве случаев используются бесколлекторные двигатели постоянного тока [97-100], обладающие высоким КПД и не имеющие быстроизнашивающихся элементов [99]. Теория электродвигателей развита очень давно. Существуют простые, удобные для применения в расчётах и достаточно точные модели для определения их характеристик [100]. Однако, производители электродвигателей для малых БПЛА ориентируются, в основном, на любительский сегмент рынка и зачастую не приводят сведений, необходимых и достаточных для расчёта внешних характеристик двигателя даже по этим простым моделям. В большинстве случаев приводятся, как правило, только результаты испытаний двигателей с несколькими винтами в режиме работы «на месте» и производители рекомендуют эти винты для использования в любых условиях полета. КПД винта при этом не рассматривается как сколько-нибудь значимый фактор. Но на практике при использовании любого винта регулярно фиксируются случаи сбоя работы двигателя на некоторых режимах, а требование повышения полетного КПД на крейсерском режиме полета в сочетании с сокращением времени разбега при взлете приводит к необходимости использования винтов, отличных от рекомендованных.

Среди производителей электродвигателей БПЛА, предоставляющих достоверные характеристики своей продукции, можно отметить фирмы *T-Motor* [81] и *Maxon* [101], но ассортимент их продукции не покрывает всех потребностей разработчиков.

На практике для достижения наибольшей эффективности и надёжности работы силовой установки, учитывая возможную неполноту или недостоверность имеющегося в открытом доступе перечня параметров двигателя, целесообразно проводить его стендовые испытания. Такие испытания проводят путём загрузки двигателя тормозом Прони [100], электромагнитным тормозом, воздушным винтом и т.д. Испытания этими методами неудобны, требуют избыточного перечня оборудования или могут привести к выходу электродвигателя из строя. Анализ показывает, что на практике при стендовых испытаниях натуральных винтов БПЛА с электроприводом [102] крутящий момент на валу винта или электродвигателя не

измеряется, что не позволяет использовать результаты эксперимента для получения оптимальных решений системы «винт-двигатель».

При выборе электропривода необходимо учитывать характеристики аккумуляторных батарей (АБ), которые указываются их производителями [103].

Технологии изготовления воздушных винтов самолётов и вертолётов хорошо разработаны и описаны [104-106]. Технологии изготовления винтов БПЛА в целом аналогичны, однако имеют ряд особенностей, связанных с миниатюрными размерами, зачастую малой серийностью, условиями эксплуатации и наличием современных неметаллических конструкционных материалов [107, 108]. Также в последнее время в авиастроении, особенно применительно к БПЛА, всё более активно используются аддитивные технологии [109-111], что обусловлено развитием вычислительной техники, электроники, а также систем автоматизированного проектирования (САПР) [112] и технологии (САМ-системы) [113].

Таким образом, в литературе хорошо освещены методы проектирования отдельно взятого винта для ЛА с поршневыми и газотурбинными двигателями, а также методы проектирования и конструирования таких винтов. Удовлетворительно рассмотрены вопросы изготовления отдельно взятого электрического ЛА. Методы расчёта и испытания воздушных винтов, учитывающие все факторы, а также возможность вертикального взлёта БПЛА «на винте», рассматривались ограниченно.

**Объектом исследования** настоящей работы является воздушный винт БПЛА с электрической силовой установкой.

**Предметом исследования** является методика (процесс) проектирования и испытаний воздушного винта электрического БПЛА с учётом его схемы, заданных техническим заданием лётно-технических характеристик (ЛТХ), технологических особенностей изготовления и условий эксплуатации.

**Цель диссертационного исследования** состоит в разработке методики проектирования воздушных винтов электроприводных беспилотных летательных аппаратов с учетом технологии изготовления и стендовых испытаний,

позволяющей улучшить ЛТХ существующих БПЛА.

Для достижения поставленной цели исследования необходимо **решить следующие задачи:**

1. Анализ существующих дисковых и лопастных вихревых теорий воздушного винта, определение границ их применимости с точки зрения точности, вычислительной сложности и быстродействия. Доработка методов учета концевых потерь с целью уменьшения потребных для их реализации вычислительных ресурсов.

2. Анализ экспериментальных и расчётных методов получения аэродинамических характеристик профилей, применяемых на лопастях воздушных винтов, в необходимых диапазонах углов атаки, чисел Рейнольдса и Маха. Разработка имитационной модели аэродинамических характеристик профилей на основе ограниченной экспериментальной базы данных и методов CFD-аэродинамики.

3. Разработка метода расчёта внешних характеристик бесколлекторных электрических двигателей постоянного тока на основе экспериментальных данных с учётом эксплуатационных ограничений.

4. Разработка быстродействующих методов и алгоритмов расчета аэродинамических характеристик изолированного воздушного винта с произвольной геометрической и аэродинамической компоновкой лопастей на режимах осевого обтекания, работающих совместно с электродвигателем.

5. Разработка методики проектирования оптимального воздушного винта под заданный критерий с учётом параметров электропривода и аэродинамических характеристик планера летательного аппарата, а также отличий фактического контура профиля лопастей от заданного в атласе, обусловленных технологией изготовления лопастей.

6. Подтверждение достоверности разработанных методик расчета результатами стендовых и летных испытаний винтомоторных групп и БПЛА в целом.

**Научная новизна** заключается в разработке методики оптимального проектирования воздушных винтов электроприводных БПЛА с учётом особенностей технологии изготовления лопастей и ограничений, обусловленных условиями работы электрической силовой установки на различных режимах полёта БПЛА.

**Теоретическая значимость** работы заключается в:

- уточнении формул для расчета концевых потерь воздушного винта с конечным числом лопастей на режимах осевого обтекания;
- получении зависимости коэффициента крутящего момента крыльчатки, загружающей электродвигатель, от её геометрических параметров;
- выводе формул для формализации количественных ограничений режимов работы электродвигателей по силе тока.

**Практическая значимость исследования**

1. Разработан и практически реализован алгоритм и программа расчета аэродинамических характеристик воздушных винтов, лопасти которых имеют отклонения от теоретического контура, заданного в атласе профилей, обусловленные технологией изготовления.

2. Спроектирован, изготовлен и испытан воздушный винт с оптимальными геометрическими параметрами лопастей под заданный электропривод, используемый на БПЛА СКБ АМ МАИ.

3. Создана методика проектирования воздушных винтов БПЛА, позволяющая минимизировать отклонения от требуемых ЛТХ и исключить возникновение аварийных ситуаций в условиях реальной эксплуатации ЛА.

Полученные результаты подтверждены экспериментально, что является основанием для применения разработанной методики в государственных и частных компаниях, занимающихся разработкой БПЛА.

**Методология исследования** базируется на использовании совокупности **методов** теоретической, вычислительной и экспериментальной аэродинамики, технологии, электротехники, математического анализа, численных методов моделирования и прикладной информатики.

**Положения, выносимые на защиту:**

- методы быстрого вычисления индуктивных скоростей воздушного винта по лопастной и дисковой теории с учетом поправки Гольдштейна;
- имитационная модель расчета аэродинамических характеристик профилей по углам атаки, числам Маха и Рейнольдса на основе имеющихся экспериментальных данных и *CFD*-моделей;
- математическая модель расчёта аэродинамических характеристик воздушного винта с произвольной геометрией лопастей на режимах осевого обтекания на основе уточненной дисковой и быстродействующего варианта лопастной вихревых теорий;
- математическая модель винтомоторной группы с учётом идентифицированных по экспериментальным данным внешних характеристик электропривода и эксплуатационных ограничений;
- методика стендовых испытаний электродвигателей с помощью калиброванной загрузочной крыльчатки и летных испытаний воздушных винтов БПЛА;
- методика расчёта максимальной скорости горизонтального полёта электрического БПЛА самолётного типа на основе аэродинамических характеристик планера и ограничений по силовой установке;
- методика оптимизации конструктивных параметров воздушных винтов, работающих на осевых режимах в составе электрической силовой установки БПЛА;
- методика проектирования и выбранные параметры воздушных винтов БПЛА по критерию максимальной скорости.

**Соответствие паспорту специальности**

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 2.5.13. «Проектирование, конструкция, производство, испытания и эксплуатация летательных аппаратов» в пунктах:

1. Разработка методов проектирования и конструирования, математического и программно-алгоритмического обеспечения для выбора оптимальных облика и



параметров, компоновки и конструктивно-силовой схемы, агрегатов и систем ЛА, с учетом особенностей технологии изготовления ...

5. Разработка методов, моделей и программного обеспечения для принятия оптимальных решений проектно-конструкторских задач при заданных ограничениях с учетом их компромиссного характера, риска и различимости сравниваемых вариантов изделий (процессов)...

### **Внедрение результатов работы**

Результаты работы использованы в СКБ 5 АО «Концерн воздушно-космической обороны «Алмаз – Антей», что подтверждается актом внедрения (Приложение В).

**Достоверность результатов** подтверждается путём сопоставления результатов расчётов с экспериментальными данными, полученными лично автором, а также опубликованными в отечественных и зарубежных источниках:

1) аэродинамические характеристики воздушного винта по оборотам в режиме работы «на месте» (Рисунок 1.4)

2) характеристики электродвигателей *T-motor AT7215KV200* (Рисунок 2.1), *Hacker E50-M 2,5D Kv1430* (Рисунок 5.6 б) и *Hacker Q100-6M* (Рисунок 5.8 б)

3) данные лётных испытаний двухрежимного электрического БПЛА СКБ АМ МАИ с штатным винтом

### **Апробация работы**

Основные результаты работы отражены в 8-ми печатных трудах [114-121] в том числе в 3-х статьях из перечня ВАК Минобрнауки России [119-121]. Основные положения и результаты работы докладывались на 5 конференциях:

Год	Название конференции
2020	19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика – 2020»
	46-я Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения - 2020»
2021	20-я Международная конференция «Авиация и космонавтика - 2021»
	47-я Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские

	чтения - 2021»
2022	48-я Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения - 2022»

### **Личный вклад соискателя**

Результаты диссертационного исследования, опубликованные в трудах [114-120], получены лично соискателем. В работе [121], выполненной в соавторстве с научным руководителем, автор диссертации:

- спроектировал и изготовил экспериментальную модель воздушного винта,
- провёл его испытания на стенде совместно с электроприводом в режиме работы «на месте»,
- разработал методику расчёта характеристик электрической силовой установки с учётом свойств и ограничений электродвигателя,
- программно реализовал методику аэродинамического расчёта воздушного винта на основе дисковой и лопастной вихревых теорий,
- выполнил расчеты, подтверждающие достоверность математической модели.

### **Структура и объём диссертационной работы**

Работа состоит из **введения, 5 глав, заключения, списка литературы** из 122 наименований, **списка сокращений и условных обозначений** и трёх приложений. Работа содержит 138 страниц, 51 рисунок и 5 таблиц.

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертационного исследования, показана степень разработанности темы, произведён обзор отечественной и зарубежной литературы по теме исследования, сформулированы цель и задачи диссертации, её научная новизна, а также теоретическая и практическая значимость. Перечислены методы исследования и положения, выносимые на защиту, обоснована достоверность и соответствие темы диссертации паспорту специальности, перечислены публикации, в которых изложены основные научные результаты, а также отмечен личный вклад автора.

**В Главе 1** приведены принятые для текущего исследования математические модели аэродинамики воздушных винтов на режимах осевого обтекания,

проведена модификация отдельных составляющих этих моделей, предложена уточненная методика аэродинамического расчёта, проведено сравнение результатов расчёта воздушного винта с экспериментальными данными.

**В Главе 2** приведена математическая модель электродвигателя, рассмотрены вопросы его совместной работы с воздушным винтом с учётом ограничений.

**В Главе 3** проанализированы способы параметрического представления геометрии лопастей воздушного винта БПЛА, а также методы её оптимизации по выбранному критерию с учетом ограничений. Изложены результаты применения разработанной методики на примере оптимизации воздушных винтов двухрежимных электрических БПЛА по критериям максимальной дальности при заданной скорости полёта и максимальной скорости при заданных взлётно-посадочных ограничениях.

**В Главе 4** произведён обзор технологий изготовления воздушных винтов, приведены связанные с ними требования к формированию имитационной модели аэродинамических характеристик профилей лопастей воздушного винта.

**В Главе 5** изложен процесс испытаний силовой установки БПЛА с электроприводом в целом, а также методика испытаний воздушного винта и электропривода в отдельности.

## ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АЭРОДИНАМИКИ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ НА РЕЖИМАХ ОСЕВОГО ОБТЕКАНИЯ

Программа оптимизации силовой установки электрического БПЛА требует наличия в своём составе быстродействующего и валидированного алгоритма расчёта аэродинамических характеристик воздушного винта. Существует большое разнообразие методов аэродинамического расчёта воздушного винта. Наибольший потенциал в плане точности моделирования работы винта имеют нелинейные теории винта, а также методы вычислительной аэродинамики (CFD) при должной валидации [18], [24-29], [31-34]. Однако, эти методы требуют больших вычислительных ресурсов по сравнению с классическими теориями винта [3-14], [17], [22], [37], [41], [74], [104] при этом, в большинстве случаев, дают незначительное уточнение [33]. Воздушные винты БПЛА зачастую функционируют на режимах, когда вихревой след лопастей быстро отходит от плоскости вращения, при этом эффекты его поджатия, сворачивания и диффузии не оказывают существенного влияния на индуктивные скорости на лопастях. Поэтому для быстродействующего алгоритма оптимизации силовой установки ЛА целесообразно использовать классические методы расчёта аэродинамики винта.

При выборе метода расчёта также необходимо учитывать, что вследствие малой размерности БПЛА, низких скоростей полёта и применения воздушных винтов фиксированного шага их лопасти работают в широких диапазонах углов атаки ( $\alpha$ ), чисел Рейнольдса ( $Re$ ) и Маха ( $M$ ) [114, 116]. Для обеспечения прочности лопасти применяют увеличение относительных толщин её комлевых сечений относительно теоретического контура, заданного в атласе, а по соображениям технологичности – увеличение толщины задней кромки. Поэтому необходимо учитывать влияние всех этих факторов на аэродинамические характеристики профиля лопасти.

Классические методы расчёта аэродинамических характеристик воздушного винта отличаются способами вычисления индуктивных скоростей, методами вычисления аэродинамических характеристик профиля лопасти по углам атаки,

числам Маха и Рейнольдса, а также различными комбинациями принятых допущений. У каждого метода есть свои достоинства и недостатки, тем не менее нет такого, который сочетал бы в себе только лучшие стороны. Например, в [37] предложена методика расчёта воздушного винта на основе лопастной вихревой теории, которая позволяет более точно вычислять индуктивные скорости. В рамках этой теории предложен ускоренный метод вычисления индуктивных скоростей. Однако при этом принимаются допущения о линейности зависимости коэффициента подъёмной силы профиля в сечении лопасти от угла атаки, малости углов притекания ( $\sin \beta \approx \beta$ ) и углов атаки, малости окружной индуктивной скорости ( $\bar{u}_1 \approx 0$ ) и квазилинейности вихревой модели (шаг всех вихрей вдоль радиуса лопасти равен его среднему значению). Эти допущения справедливы для винтов БПЛА в ограниченном числе случаев, а в остальных сводят на нет возможное преимущество, получаемое за счёт применения лопастной теории. В других методах [68, 69] учитывается индуктивная скорость закрутки  $\bar{u}_1$ , нелинейность зависимости  $C_{ya}(\alpha)$ , но индуктивная скорость вычисляется с помощью импульсной теории, а для коррекции коэффициентов аэродинамических сил по числу Маха используется поправка Прандтля-Глауэрта, что снижает точность расчетов аэродинамических характеристик на некоторых режимах работы винта.

В [10, 12] изложен метод аэродинамического расчёта воздушного винта по лопастной теории, при этом циркуляция представлена в виде ряда Фурье, что позволяет затабулировать гармоники индуктивной скорости и существенно ускорить вычисления. В [119] этот подход развит с учётом применения современной вычислительной техники. Предлагается численно разложить конечную часть индуктивной скорости винтового вихря в ряд по ортогональным полиномам и получить такие разложения для гармоник циркуляции, что позволит отказаться от применения таблиц и графиков. Однако сам метод [10, 12] зачастую приводит к распределению циркуляции, имеющему осцилляции, что снижает его точность и практическую ценность.

В [7] для более точного учёта концевых потерь в рамках дисковой вихревой теории предлагается поправка Гольдштейна, однако её вычисление настолько затруднительно, что этот метод практически не применяется.

В [64-66] для учёта сжимаемости на аэродинамические характеристики профиля используется полуэмпирический метод [63], который даёт удовлетворительный результат для симметричных профилей НАСА в области больших чисел  $Re$ , но не подходит для других профилей и малых  $Re$ .

Таким образом, существующие методы расчёта аэродинамических характеристик винтов имеют ряд недостатков. Поэтому далее рассмотрим предлагаемые автором методы вычисления индуктивных скоростей, а также методы получения и коррекции аэродинамических характеристик профилей и разработанную на их основе методику аэродинамического расчёта воздушного винта.

## 1.1 Математические модели аэродинамики изолированного воздушного винта

В классических теориях воздушного винта расчёт его аэродинамических характеристик строится на гипотезе плоских сечений и сводится к определению сил и моментов на втулке по известным из эксперимента аэродинамическим характеристикам профилей его лопастей.

Аэродинамические характеристики  $k$ -лопастного винта вычисляются методом численного интегрирования по радиусу лопасти с известными законами изменения хорды  $\bar{b}(\bar{r})$  и угла установки сечения  $\varphi(\bar{r})$  относительно плоскости вращения. На режимах осевого обтекания винта со скоростью  $\bar{V}$  выражения для коэффициентов силы тяги  $c_T$  и крутящего момента  $m_k$  имеют вид

$$c_T = \frac{k}{\pi} \int_{\bar{r}_0}^1 \left[ C_{ya}(\bar{r}) \cos \beta(\bar{r}) - C_{xa}(\bar{r}) \sin \beta(\bar{r}) \right] \bar{W}(\bar{r})^2 \bar{b}(\bar{r}) d\bar{r}, \quad (1.1)$$

$$m_k = \frac{k}{\pi} \int_{\bar{r}_0}^1 [C_{ya}(\bar{r}) \sin \beta(\bar{r}) + C_{xa}(\bar{r}) \cos \beta(\bar{r})] \bar{W}(\bar{r})^2 \bar{b}(\bar{r}) \bar{r} d\bar{r}, \quad (1.2)$$

где:  $\bar{W}$  - модуль суммарного вектора скорости в сечении лопасти

$$\bar{W}(\bar{r}) = \sqrt{(\bar{V} + \bar{v}_1(\bar{r}))^2 + (\bar{r} - \bar{u}_1(\bar{r}))^2}, \quad (1.3)$$

$\beta$  - угол притекания суммарного вектора скорости к плоскости вращения

$$\beta(\bar{r}) = \text{Arctg} \left( \frac{\bar{V} + \bar{v}_1(\bar{r})}{\bar{r} - \bar{u}_1(\bar{r})} \right), \quad (1.4)$$

$C_{ya}$  и  $C_{xa}$  - коэффициенты подъемной силы и сопротивления аэродинамического профиля в сечении лопасти, задаваемые в скоростной системе осей координат

$$C_{ya/xa}(\bar{r}) = C_{ya/xa}(\alpha(\bar{r}), \text{Re}(\bar{r}), M(\bar{r})), \quad (1.5)$$

$\alpha$  - угол атаки суммарного вектора скорости относительно геометрической хорды профиля

$$\alpha(\bar{r}) = \varphi(\bar{r}) - \beta(\bar{r}), \quad (1.6)$$

$M$  - число Маха

$$M(\bar{r}) = M_k \bar{W}(\bar{r}), M_k = \omega R / a, \quad (1.7)$$

$M_k$  - концевое число Маха,  $\omega$  и  $R$  - угловая скорость вращения и радиус винта,  $a$  - скорость звука в воздухе,  $Re$  - число Рейнольдса

$$\text{Re}(\bar{r}) = \bar{W}(\bar{r}) \bar{b}(\bar{r}) \omega R^2 / \nu, \quad (1.8)$$

$\nu$  - кинематическая вязкость воздуха.

Расчет законов изменения по радиусу лопасти осевой  $\bar{v}_1(\bar{r})$  и окружной  $\bar{u}_1(\bar{r})$  составляющих индуктивной скорости выполняется на основе вихревых моделей воздушного винта с известным законом распределения циркуляции присоединенных вихрей по радиусу лопасти.

В вихревой теории воздушного винта лопасти моделируются присоединёнными вихрями с переменной по их длине циркуляцией  $\bar{\Gamma}(\bar{r})$ . В этом случае уравнение связи в сечении лопасти на радиусе  $\bar{r}$  имеет вид [22]:

$$\bar{\Gamma}(\bar{r}) = \frac{1}{2} C_{ya}(\alpha(\bar{r}), \text{Re}(\bar{r}), M(\bar{r})) \bar{b}(\bar{r}) \bar{W}(\bar{r}). \quad (1.9)$$

Связь между скоростями  $\bar{v}_1$  и  $\bar{u}_1$  определяется известным соотношением [22]:

$$\bar{u}_1(\bar{r})(\bar{r} - \bar{u}_1(\bar{r})) = \bar{v}_1(\bar{r})(\bar{V} + \bar{v}_1(\bar{r})). \quad (1.10)$$

Осевая индуктивная скорость  $\bar{v}_1$  может быть вычислена с помощью лопастной или дисковой вихревых теорий.

### 1.1.1 Модели на основе лопастной вихревой теории

В лопастной вихревой теории винт моделируется системой присоединённых вихрей и сходящихся с них геликоидальных свободных вихрей, которые индуцируют скорости в окружающем пространстве. Для связи осевой индуктивной скорости  $\bar{v}_1$  и циркуляции  $\bar{\Gamma}$  используется следующее выражение [36]

$$\bar{v}_1(\bar{r}, k, \psi) = \int_{\bar{r}_0}^1 \frac{\partial \bar{\Gamma}(\bar{\rho})}{\partial \bar{\rho}} \tilde{v}_1(\bar{r}, \bar{\rho}, \bar{V}_1(\bar{\rho}), k, \psi) d\bar{\rho}, \quad (1.11)$$

где  $\bar{v}_1(\bar{r}, k, \psi)$  – скорость, индуцируемая вихревыми следами  $k$  лопастей в плоскости винта в точке с координатами  $\bar{r}$  и  $\psi$ ;  $\tilde{v}_1(\bar{r}, \bar{\rho}, \bar{V}_1(\bar{\rho}), k, \psi)$  – индуктивная скорость в этой же точке, вызванная системой винтовых вихрей единичной циркуляции, сходящихся с радиуса  $\bar{\rho}$ ;  $\bar{V}_1$  – скорость сноса вихрей вдоль пелены, которая может быть принята равной

$$\bar{V}_1(\bar{\rho}) = \bar{V} + \bar{v}_1(\bar{\rho}) \quad (1.12)$$

$\bar{v}_1(\bar{\rho})$  – скорость, индуцируемая вихревыми следами всех лопастей на присоединённом вихре в точке  $\bar{\rho}$ .

Скорость  $\tilde{v}_1(\bar{r}, \bar{\rho}, \bar{V}_1(\bar{\rho}), k, \psi)$  в (1.11) определяется по следующей формуле:

$$\tilde{v}_1(\bar{r}, \bar{\rho}, \bar{V}_1(\bar{\rho}), k, \psi) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^k \int_0^\infty \frac{\bar{\rho}^2 - \bar{r}\bar{\rho} \cos(\delta_i - \vartheta + \psi)}{(\bar{V}_1(\bar{\rho})^2 \vartheta^2 + \bar{\rho}^2 - 2\bar{r}\bar{\rho} \cos(\delta_i - \vartheta + \psi))^{3/2}} d\vartheta, \quad (1.13)$$

где  $\delta_i = 2\pi(i-1)/k$ ,  $\vartheta$  – азимутальная координата элемента винтового вихря первой лопасти.



Для поиска закона циркуляции  $\bar{\Gamma}(\bar{\rho})$  лопасть разбивается вдоль радиуса на  $N$  равных элементов  $\Delta\bar{\rho} = (1 - \bar{r}_0) / N$ , каждый из которых заменяется  $\Pi$ -образным винтовым вихрем [37]. Их циркуляции находятся путём решения системы трансцендентных уравнений, полученной из (1.4)-(1.6), (1.9)-(1.11). Осевая скорость, индуцируемая системой  $\Pi$ -образных геликоидальных вихрей с единичной циркуляцией, сходящих с элементов лопастей на радиусе  $\bar{\rho}_j$ , вычисляется с помощью (1.13) при  $\psi = 0$  по следующей формуле:

$$\Delta\tilde{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j, \bar{V}_{1j}, k) = \tilde{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j + 0.5\Delta\bar{\rho}, \bar{V}_{1j}, k, 0) - \tilde{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j - 0.5\Delta\bar{\rho}, \bar{V}_{1j}, k, 0), \quad (1.14)$$

где:  $\bar{r}_i$  – координата точки приложения индуктивной скорости (середина  $i$ -го элемента лопасти);  $\bar{\rho}_j$  – координата элементов лопасти, с которых сходят  $\Pi$ -образные винтовые вихри.

Обычно интеграл (1.13) находится численно, что приводит к существенным вычислительным затратам. В [36, 37] решение найдено в виде ряда Фурье, гармоники которого содержат специальную функцию. Для их вычисления необходимо выполнить аппроксимацию этой функции. Первые несколько гармоник этого ряда после вычисления образуют некоторое аналитическое выражение, с помощью которого можно приближённо вычислять (1.13). В [38] предлагается полуаналитический метод его вычисления. Также в литературе предлагаются аналитические аппроксимации с помощью специальных функций [39] или с помощью численного разложения в ряд по ортогональным полиномам [119]. Эти методы приводят к заметному ускорению по сравнению с численным интегрированием, однако не являются самыми простыми, быстрыми и точными.

Отметим, что при выбранной схеме дискретизации  $\Pi$ -образные винтовые вихри сходят в фиксированных точках  $\bar{\rho}_j$ , а их скорости вычисляются в фиксированных точках  $\bar{r}_i$ , число лопастей винта также дискретная величина. Непрерывной величиной является только  $\bar{V}_1$ , после дискретизации которой значения (1.13) можно заранее вычислить в узлах трёхмерной сетки  $(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j, \bar{V}_1^{(p)})$  для разных чисел лопастей и сохранить их в виде файла. В последующих расчётах

необходимо будет только загрузить этот файл в программу расчёта винта, а значения (1.13) при произвольном распределении  $\bar{V}_1$  по радиусу вычислять путём интерполяции по узлам  $\bar{V}_{1j}^{(p)}$ . Опорные значения  $\bar{V}_{1j}^{(p)}$  лучше задавать с переменным шагом, измельчённым вблизи нуля по формуле:

$$\bar{V}_{1j}^{(p)} = \left( \frac{p}{128} \right)^3 + \frac{1}{128}, p = 0, 1, \dots, \quad (1.15)$$

где  $p$  – номер опорного значения.

Полная индуктивная скорости в точке  $\bar{r}_i$  от всех вихрей вычисляется по формуле:

$$\bar{v}_1(\bar{r}_i, k) = \sum_{j=1}^N \bar{\Gamma}_j \Delta \bar{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j, \bar{V}_{1j}, k), \quad (1.16)$$

где  $\bar{\Gamma}_j$  – относительная циркуляция системы  $\Pi$ -образных вихрей, на радиусе  $\bar{\rho}_j$

### 1.1.2 Модели на основе дисковой вихревой теории

Дисковая вихревая теория устанавливает связь между циркуляцией присоединённого вихря на радиусе  $\bar{r}$  и осреднённой по азимуту индуктивной скоростью  $\bar{v}_1(\bar{r}_i, k)$ , которую можно получить путём интегрирования (1.13) по  $\psi$  на отрезке  $[0, 2\pi]$  и деления этого выражения на  $2\pi$ . После чего интегралы в (1.13) и (1.12) при  $\bar{V}_1$  не зависящей от  $\bar{\rho}$  вычисляются аналитически и дают следующее выражение [36]:

$$\bar{v}_1(\bar{r}, \bar{V}, k) = \frac{k \bar{\Gamma}(\bar{r})}{4\pi |\bar{V}_1(\bar{r})|}. \quad (1.17)$$

Дисковая теория не учитывает концевые потери, обусловленные конечным числом лопастей винта. Поэтому для их учёта вводят специальные поправки  $f$ , зависящие от радиуса, режима работы винта и числа лопастей  $f(\bar{r}, \bar{V}_1, k)$ , с учётом которых осевая индуктивная скорость определяется следующим образом:

$$\bar{v}_1(\bar{r}, \bar{V}_1, k) = \frac{k\bar{\Gamma}(\bar{r})}{4\pi|\bar{V}_1(\bar{r})|f(\bar{r}, \bar{V}_1, k)}, \quad (1.18)$$

Поправки на концевые потери вычисляются при помощи теории оптимального винта, имеющего минимальные индуктивные потери. При этом применяется принцип Бетца [5], согласно которому вихревая пелена винта в дальнем следе должна двигаться как твёрдое тело. Из этого условия находятся оптимальные законы распределения циркуляции винтов с конечным и бесконечным числом лопастей, отношение которых и есть функция  $f(\bar{r}, \bar{V}_1, k)$ .

### Поправка Прандтля

Формула Прандтля для учёта концевых потерь воздушного винта имеет вид [5]:

$$f_{Pr}(\bar{r}, \bar{V}_1, k) = \frac{2}{\pi} \arccos \left[ \exp \left( \frac{k(\bar{r}-1)\sqrt{\bar{V}_1^2+1}}{2|\bar{V}_1|} \right) \right] \quad (1.19)$$

Эта формула получила широкое применение из-за своей простоты и приемлемой точности при малых относительных скоростях протекания  $\bar{V}_1$ .

В Приложении А приведен вывод поправки Прандтля для случая четырёхлопастного Х-образного воздушного винта, лопасти которого распределены неравномерно по окружности. Воздушные винты такой схемы в последнее время находят применение в качестве рулевых винтов вертолётов [81-85], а также на БПЛА (Рисунок 1.1).

Для учёта концевых потерь таких винтов в [120] получена формула

$$f_X = \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \left( \frac{(a+1)c^{3/a} - ac^{1/a}}{(a+2)c^{2/a} - a} \right) - \arccos \left( \frac{(1-c)^{a/2}(2-c(a+1)) - c}{(1-c)^{(a-1)/2}(2-c(a+2))} \right) \right\}, a = \frac{2\Psi}{180 - \Psi}, \quad (1.20)$$

$$c = \exp \left( \frac{(a+2)(\bar{r}-1)\sqrt{\bar{V}_1^2+1}}{\bar{V}_1} \right) \frac{(180 - \Psi)(0.2\Psi)^{a/2}}{180 * 6^a}, \quad (1.21)$$

где  $\Psi$  - угол между блоками лопастей двухблочного воздушного винта



(a)

(б)

Рисунок 1.1 – Конструктивные решения, позволяющие снизить уровень шума винтов БПЛА:

а – двухлопастные винты со смещёнными лопастями; б – Х-образный винт

В. И. Шайдаков обобщил [41] формулу Прандтля на случай работы винта в канале:

$$f_{Sh} = 1 - F(x_1, x_2) / K(x_2), \quad (1.22)$$

$$x_1 = \arcsin \left( \exp \left( - \frac{k(1-\bar{r})\sqrt{\bar{V}_1^2 + 1}}{2|\bar{V}_1|} \right) \right), \quad (1.23)$$

$$x_2 = \exp \left( - \frac{k\bar{\delta}\sqrt{\bar{V}_1^2 + 1}}{|\bar{V}_1|} \right), \quad (1.24)$$

где  $F$  и  $K$  – неполный и полный эллиптические интегралы первого рода,  $\bar{\delta}$  – относительный зазор между стенкой канала и кончиком лопасти. Формулы (1.22) - (1.24) используются для учёта концевых потерь при расчёте винта в кольце по методике В.И. Шайдакова [41].

### Поправка Гольдштейна

Гольдштейн в работе [7] рассмотрел задачу Бетца без каких-либо упрощений и получил оптимальные законы распределения циркуляции по лопасти воздушного винта, решив задачу об обтекании идеальной жидкостью системы жёстких геликоидальных поверхностей, моделирующих вихревой след винта. Гольдштейну не удалось получить аналитическое решение для коэффициентов функционального

ряда, дающего в сумме оптимальное распределение циркуляции. В Приложении Б приведено решение задачи об определении этих коэффициентов путем применения более удачных аппроксимаций. Приведём окончательное решение:

$$\begin{aligned}
\frac{\mu^2}{1+\mu^2} f_{Gold} &= \frac{\mu^2}{1+\mu^2} + \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{N_1} \frac{T_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu) - \mu^2 / (1+\mu^2)}{(2m+1)^2} + \\
&\quad + \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{N_2} g_m \frac{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu)}{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)} \\
g_0 &= \frac{3(\mu_0^2 - (1+\mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0))}{\pi(1+\mu_0^2)} - \frac{4\mu_0^2(1-\ln 2)}{k(1+\mu_0^2)^{2.5}} + \\
&\quad + \frac{4\mu_0^2 - k\mu_0(1+\mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{k\pi(1+\mu_0^2)^{2.5}} - \frac{\mu_0^2}{1+\mu_0^2} \\
g_m &= \frac{(2m+1)!!}{(2m+1)^2(2m)!!} \left\{ \frac{\mu_0^2 - (1+\mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{\pi(1+\mu_0^2)} \frac{2m+1}{m+1} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\mu_0^2}{1+\mu_0^2} - \frac{\mu_0}{k(1+\mu_0^2)^{2.5}} \left[ \frac{4\mu_0}{2m+1} - 4\mu_0 \ln 2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{4\mu_0 - k(1+\mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{\pi} \frac{2m+1}{m+1} \right] \right\}, m \geq 1,
\end{aligned} \tag{1.25}$$

где  $\mu = \bar{r} / \bar{V}$ ,  $\mu_0 = 1 / \bar{V}$ . Порядок вычисления коэффициентов  $g$  и специальных функций  $T$  и  $I$ , входящих в (1.25), изложен в Приложении Б. Там же приводится сравнение полученного решения с решением Прандтля и лопастной теорией.

Полученное решение можно использовать на практике, однако, автором предложен более удобный метод её вычисления.

### Вычисление поправки Гольдштейна на основе лопастной теории

Выразим из (1.25) функцию Гольдштейна и перепишем её в следующих обозначениях:

$$f_{Gold}(\bar{r}, \bar{V}_1, k) = \bar{\Gamma}_{opt}(\bar{r}, \bar{V}_1, k) \left( 1 + \frac{\bar{V}_1^2}{\bar{r}^2} \right), \tag{1.26}$$

где  $\bar{\Gamma}_{opt}(\bar{r}, \bar{V}_1)$  – оптимальное распределение циркуляции по радиусу лопасти  $\bar{r}$

винта с конечным числом лопастей, соответствующее минимуму индуктивных потерь, которое можно вычислить с помощью лопастной теории из системы линейных уравнений, составленной из условия Бетца [5] с учётом окружной составляющей индуктивной скорости:

$$\sum_{j=1}^N \bar{\Gamma}_{opt j} \Delta \tilde{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j, \bar{V}_1, k) = \frac{k \bar{r}_i^2}{4\pi \bar{V}_1 (\bar{r}_i^2 + \bar{V}_1^2)}, \quad i = 0, 1 \dots N, \quad (1.27)$$

где  $\Delta \tilde{v}_1(\bar{r}_i, \bar{\rho}_j, \bar{V}_1, k)$  вычисляется по формуле (1.14).

Искомый закон  $\bar{\Gamma}_{opt}(\bar{r}, \bar{V}_1, k)$  дает минимальную индуктивную мощность.

Поправку Гольдштейна (1.26) целесообразно вычислять в узлах двухмерной сетки  $(\bar{r}_i, \bar{V}_{1j}^{(p)})$  для разного числа лопастей и сохранять в памяти компьютера. Узлы  $\bar{V}_{1j}^{(p)}$  выбираются по формуле (1.15). В дальнейших расчётах полученные массивы используются для вычисления функции  $f_{Gold}(\bar{r}, \bar{V}_1, k)$  в точках  $\bar{r}_i$  при произвольных  $\bar{V}_1$  путём линейной интерполяции по узлам  $\bar{V}_{1j}^{(p)}$ . Очевидно, что такой метод учета поправки, вычисленной заранее в узлах сетки, существенно удобнее аналитического подхода Гольдштейна. Скорость её вычисления достигает максимально возможного значения, которое не зависит от числа лопастей, что важно для высокоскоростной подпрограммы расчёта воздушного винта, используемой в рамках алгоритма оптимизации.

## 1.2 Имитационная модель аэродинамических характеристик профиля лопасти

Обычно экспериментальные исследования аэродинамических характеристик профилей осуществляются на малых углах атаки по числу Re на малых числах М, при которых влиянием сжимаемости можно пренебречь [44-48], либо по числу М при больших числах Re, где имеет место автомодельность по этому критерию подобия [49-52]. Получение из эксперимента аэродинамических характеристик

профилей в широких диапазонах углов атаки  $\alpha$ , чисел  $Re$ ,  $M$  с учётом изменения относительных толщин профиля  $\bar{c}$  и задней кромки  $\bar{d}$  требует больших финансовых и временных затрат, поэтому для решения этой задачи представляется целесообразным применение методов вычислительной аэродинамики (*CFD*). Однако, при использовании *CFD*-моделей необходимо иметь в виду, что, в ряде случаев, они дают только качественный результат при значительном количественном расхождении с экспериментом [69, 70]. Это обстоятельство требует применения специальных методов пересчета коэффициентов аэродинамических сил профиля.

В настоящее время наиболее достоверным способом определения аэродинамических характеристик профиля являются испытания в аэродинамической трубе. Результаты продувок по углам атаки  $\alpha$  и числам  $Re$  и при  $M \approx 0$  опубликованы для достаточно большого числа профилей [44-48]. Практически во всех случаях испытания выполнены на малых углах атаки  $\alpha$ , а на остальных углах аэродинамические коэффициенты, по рекомендации [16], берутся из круговой продувки другого профиля. Зачастую такое упрощение приемлемо, поскольку обычно сечения в концевых и средних участках лопасти работают на малых углах атаки, а возможный отрыв потока в корневых сечениях лопасти можно учитывать приближённо из-за его малого вклада в суммарные аэродинамические характеристики винта.

В тех случаях, когда значительная часть лопасти работает в условиях срыва, помимо применения круговой продувки необходимо учитывать влияние трёхмерных эффектов в пограничном слое вращающейся лопасти. Для этих целей существуют полуэмпирические формулы [71-73], подлежащие идентификации. Винт проектируют, изготавливают, затем испытывают, после чего, в случае неудовлетворительного совпадения его характеристик с расчётом, корректируют идентификационные коэффициенты. Этот процесс может повторяться несколько раз до получения приемлемого результата.

На практике числа Маха на конце лопасти винтов БПЛА могут достигать высоких значений. Поэтому влияние сжимаемости часто учитывают с помощью

полуэмпирической поправки [64-66], полученной по результатам продувок четырехзначных симметричных профилей НАСА по числу  $M$  при больших числах  $Re$ . Однако, для малых чисел  $Re$  и других профилей этот прием может привести к существенной ошибке.

В ряде методик [68, 69] для коррекции коэффициентов сопротивления и подъемной силы применяется поправка Прандтля - Глауэрта:

$$F_{Pr-Gl} = (1 - M^2)^{-0.5}. \quad (1.28)$$

Однако, применительно к винтам малоразмерных БПЛА, вышеупомянутые методы учёта сжимаемости могут приводить к существенным ошибкам. Для таких винтов по прочностным и технологическим соображениям часто требуется увеличение относительной толщины профиля  $\bar{c}$  и его задней кромки  $\bar{c}_{3K}$  относительно исходной геометрии, приведённой в атласе аэродинамических профилей.

Аэродинамические характеристики таких профилей представляется целесообразным получать на основе  $CFD$ -моделей следующим путем

$$C_{ya/xa}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K}) = C_{ya/xa}(\alpha, M^*, Re, \bar{c}^*, \bar{c}_{3K}^*) F_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K}), \quad (1.29)$$

где  $C_{ya/xa}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K})$  - искомые аэродинамические коэффициенты профиля с относительной толщиной  $\bar{c}$  и относительной толщиной его задней кромки  $\bar{c}_{3K}$  при угле атаки  $\alpha$ , числах  $Re$  и  $M$ ;  $C_{ya/xa}(\alpha, M^*, Re, \bar{c}^*, \bar{c}_{3K}^*)$  - коэффициенты, взятые из продувок этого профиля по углу атаки  $\alpha$  и числу  $Re$  при  $M = M^*$ ,  $\bar{c} = \bar{c}^*$ ,  $\bar{c}_{3K} = \bar{c}_{3K}^*$ ;  $F_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K})$  - единая поправка на сжимаемость, вязкость, изменение относительной толщины профиля  $\bar{c}$  и его задней кромки  $\bar{c}_{3K}$ , полученная на основе  $CFD$ -модели и вычисляемая по формуле

$$F_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K}) = \frac{C_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K})}{C_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M^*, Re, \bar{c}^*, \bar{c}_{3K}^*)}. \quad (1.30)$$

Поправку (1.30) достаточно вводить только на малых углах атаки.

Предложенную коррекцию можно получить в виде функции  $F_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha, M, Re, \bar{c}, \bar{c}_{3K})$  либо  $F_{ya/xa}^{(CFD)}(\alpha(\bar{r}), M(\bar{r}), Re(\bar{r}), \bar{c}(\bar{r}), \bar{c}_{3K}(\bar{r}))$ . В первом



случае целесообразно ограничиться расширением характеристик только по числу  $M$  при разных  $\alpha$  и  $Re$ , но фиксированных  $\bar{c}$  и  $\bar{c}_{зк}$ , иначе массив данных получается слишком большим. Такую базу данных можно использовать в алгоритмах оптимизации лопасти винта. Во втором случае объём данных ограничен выбранным числом сечений, что удобно на последних шагах оптимизации, разовых расчётах или при подборе относительной толщины сечений лопасти.

В приведённых ниже расчётах для вычисления  $CFD$ -поправок на аэродинамические коэффициенты профиля использовалась программа *XFoil* [55], которая отличается высоким быстродействием и возможностью интегрирования с программой расчёта аэродинамических характеристик винта. На Рисунке 1.2 приведены зависимости поправок на сжимаемость и изменение толщины задней кромки профиля *Eppler 387*, полученные с помощью программы *XFoil*.

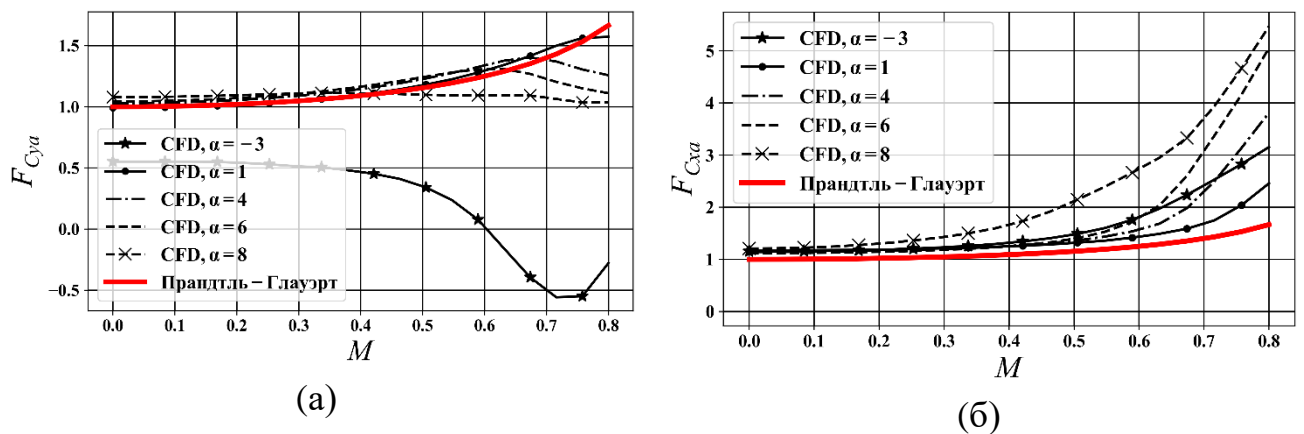


Рисунок 1.2 – Поправки на сжимаемость профиля *Eppler*  $\bar{c} = 0.09$ ,  $\bar{c}_{зк} = 0.02$ :

а – поправка на  $C_{ya}$ ; б – поправка на  $C_{xa}$

Отметим, что *XFoil* позволяет корректно моделировать обтекание профиля при числах Маха меньше критического, в остальных случаях необходимо использовать  $CFD$ -пакеты, моделирующие локальные сверхзвуковые зоны.

Результаты расчётов в *XFoil* для многих профилей удовлетворительно либо хорошо сходятся с экспериментом [70], однако в некоторых случаях погрешность существенна. Поэтому для надёжности проектировочных расчётов *XFoil* лучше

использовать только для расширения экспериментальных характеристик профилей. Если же существует необходимость рассчитать воздушный винт с профилем, для которого отсутствуют экспериментальные данные, тогда можно использовать данные *XFoil* напрямую. Также *XFoil* позволяет оптимизировать профиль крыла или лопасти. Воздушный винт с таким оптимизированным профилем лопастей необходимо обязательно испытывать, после чего может потребоваться его коррекция.

### 1.3 Алгоритм расчёта аэродинамических характеристик изолированного воздушного винта

#### 1.3.1 Решение системы уравнений связи

Для поиска закона  $\bar{\Gamma}(\bar{r})$  в дискретной постановке из формул (1.4) - (1.6), (1.9) - (1.10) в сочетании с (1.16) в рамках лопастной теории, либо в сочетании с (1.18) в рамках дисковой теории, можно составить систему нелинейных уравнений, число которых равно числу участков разбиения лопасти

$$\bar{\Gamma}(\bar{r}_i) = \frac{1}{2} C_{ya}(\alpha(\bar{r}_i), \text{Re}(\bar{r}_i), M(\bar{r}_i)) \bar{b}(\bar{r}_i) \bar{W}(\bar{r}_i), \quad i = 1 \dots N. \quad (1.31)$$

В [37] эта система линеаризуется, при этом предполагается, что окружная индуктивная скорость пренебрежимо мала, скорость сноса вихрей постоянна вдоль радиуса, углы атаки малы, а зависимость коэффициента подъёмной силы  $C_{ya}$  от угла атаки  $\alpha$  и осевой индуктивной скорости  $\bar{v}_1(\bar{r})$  линейна. Однако, эти предположения допустимы не во всех практических случаях, поэтому опишем метод нахождения законов циркуляции  $\bar{\Gamma}(\bar{r}_i)$  и индуктивных скоростей  $\bar{v}_1(\bar{r}_i)$  без этих упрощений.

Для решения такой системы нелинейных уравнений можно воспользоваться методом последовательных приближений. Алгоритм решения состоит из следующей последовательности действий, выполняемых параллельно для всех  $N$  сечений лопасти:

1. Задаём начальные приближения  $\bar{v}_1^{(0)}$ ,  $\bar{u}_1^{(0)}$  и  $\bar{\Gamma}^{(0)}$ .

2. Вычисляем новое приближение осевой индуктивной скорости по формуле:

$$\bar{v}_{1i}^{(n+1)} = (1 - \lambda)\bar{v}_{1i}^{(n)} + \lambda\bar{v}_{1i} \quad (1.32)$$

где  $\bar{v}_{1i}^{(n+1)}$  - новое приближение,  $\bar{v}_{1i}^{(n)}$  - предыдущее приближение,  $\lambda$  – коэффициент релаксации ( $\lambda < 1$ ).

Скорость  $\bar{v}_{1i}$  вычисляется по формуле (1.16) в рамках лопастной теории, либо по формуле (1.18) в рамках дисковой теории в сочетании с одной из поправок на концевые потери (1.19) или (1.26).

3. Находим окружную индуктивную скорость  $\bar{u}_{1i}$  из уравнения (1.10).

4. Определяем угол притекания  $\beta_i$  по формуле (1.4).

5. Рассчитываем угол атаки  $\alpha_i$  по формуле (1.6).

6. Вычисляем суммарный вектор скорости  $\bar{W}_i$  в сечении  $\bar{r}_i$  по формуле (1.3).

7. Вычисляем значения чисел Маха и Рейнольдса  $Re$  в сечении  $\bar{r}_i$  по формулам (1.7)-(1.8).

8. Находим значение коэффициента подъемной силы  $C_{ya i}$  по формуле (1.29).

9. Вычисляем новое приближение для циркуляции:

$$\bar{\Gamma}_i^{(n+1)} = (1 - \lambda)\bar{\Gamma}_i^{(n)} + \lambda\bar{\Gamma}_i, \quad (1.33)$$

где  $\bar{\Gamma}_i$  определяем из уравнения связи (1.31).

Пункты 2 - 9 повторяются в несколько итераций, пока не будет достигнута необходимая точность. На докритических углах атаки и простой геометрии лопасти процесс сходится быстро, при этом коэффициент релаксации можно принимать равным 0.1 - 0.2. При наличии сечений с отрывом потока, резких переходах геометрии лопасти или большом числе вихрей может потребоваться уменьшение коэффициента релаксации.

В случае расчёта по лопастной теории при нулевых начальных приближениях для ускорения сходимости первые итерации целесообразно выполнять по дисковой теории с поправками на концевые потери. При использовании поправки Гольдштейна в рамках дисковой теории на начальных приближениях первые

несколько итераций лучше выполнять по дисковой теории без поправок на концевые потери, а поправку применять на последних итерациях.

### 1.3.2 Вычисление коэффициентов силы тяги и крутящего момента воздушного винта

В качестве примера приведем результаты расчета аэродинамических характеристик воздушного винта ( $R = 0.395$  м,  $k = 2$ ) одного из БПЛА, разрабатываемого в МАИ. Законы распределения хорды  $\bar{b}(\bar{r})$  и угла установки профиля  $\varphi(\bar{r})$  по радиусу лопасти приведены на Рисунке 1.3. Лопасти имеют модифицированный профиль *Eppler 387* [45] с утолщённой до 2% задней кромкой. Аэродинамические характеристики этого профиля по числу  $Re$  и углу атаки  $\alpha$  взяты из [45] и расширены на закритические углы атаки по круговым продувкам профиля *NACA 4409*, взятым из [54].

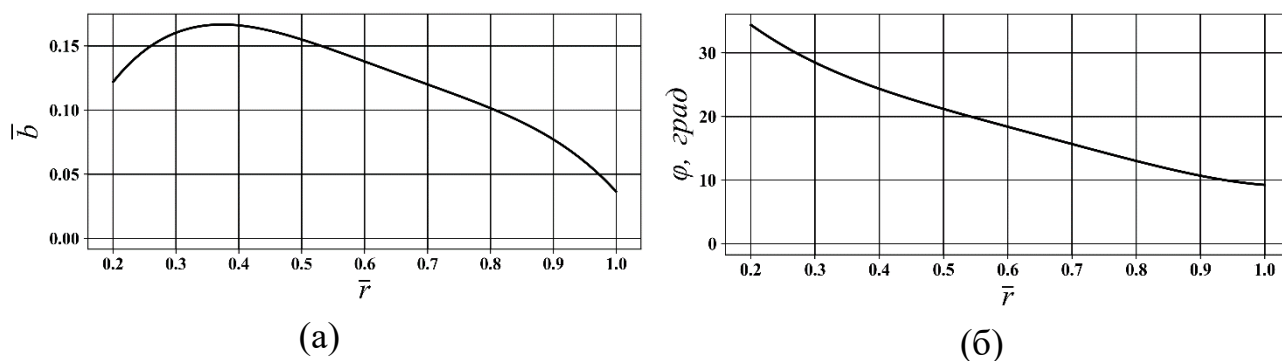
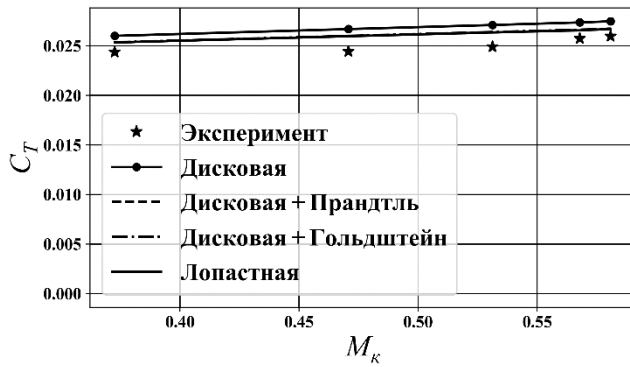


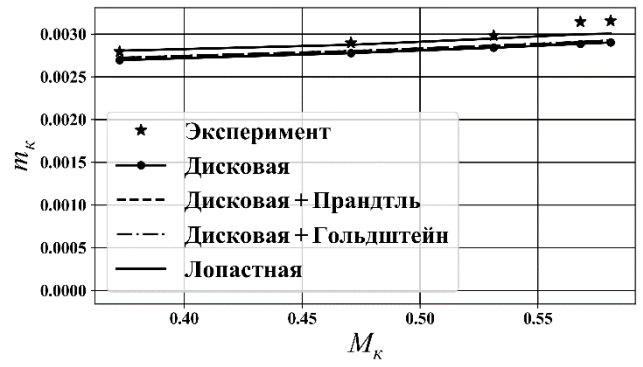
Рисунок 1.3 – Геометрические характеристики лопасти экспериментального  
воздушного винта:

а – относительная хорда; б – угол установки

Эксперимент проводился на винтовом приборе (Глава 5), при различных оборотах винта в режиме работы на месте. На Рисунке 1.4 приведены экспериментальные точки и расчётные зависимости  $c_T$  и  $m_k$  от концевое число Маха  $M_k$ , полученные с помощью дисковой теории без поправок на концевые потери, с поправками Прандтля и Гольдштейна, а также по лопастной теории.



(а)



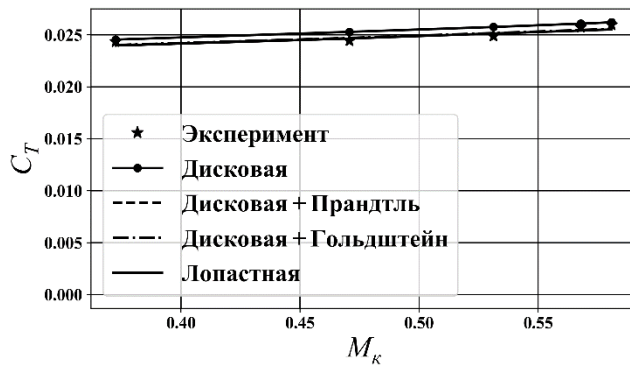
(б)

Рисунок 1.4 – Расчетные и экспериментальные аэродинамические характеристики воздушного винта БПЛА с учетом поправок аэродинамических характеристик профиля на основе *CFD*-модели:

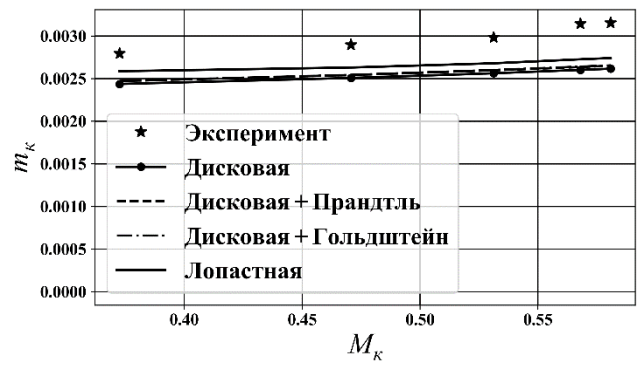
а – коэффициент тяги; б – коэффициент крутящего момента

Коррекция аэродинамических характеристик профиля на сжимаемость и увеличенную толщину задней кромки выполнялась с учетом *CFD*-поправок по формуле (1.29).

На Рисунке 1.5 приведены аналогичные результаты, но с поправкой



(а)



(б)

Рисунок 1.5 – Экспериментальные и расчетные аэродинамические характеристики воздушного винта БПЛА, полученные с учётом поправки

Прандтля-Глауэрта на сжимаемость:

а – коэффициент тяги; б – коэффициент крутящего момента

аэродинамических характеристик профиля на число  $M$  по формуле (1.28) без коррекции на изменение толщины задней кромки.

Отклонения расчётных коэффициентов силы тяги и мощности от их экспериментальных значений, приведенные в Таблице 1.1, показывают, что к наилучшему совпадению с экспериментом одновременно и по  $c_T$  и  $m_k$  приводит использование лопастной теории в сочетании с характеристиками профиля, скорректированными с помощью *CFD*-модели

*Т а б л и ц а 1.1 – Среднеквадратичные отклонения расчетных аэродинамических характеристик воздушного винта, полученных различными методами, от экспериментальных данных, %*

	Модель расчета индуктивной скорости							
	Дисковая		Прандтль		Гольдштейн		Лопастная	
	$c_T$	$m_k$	$c_T$	$m_k$	$c_T$	$m_k$	$c_T$	$m_k$
Коррекция $C_{xa}$ и $C_{ya}$ только по числу $M$ с помощью поправки Прандтля-Глауэрта	2.4	15	1.3	13.9	1.2	13.8	1.3	10.8
Коррекция $C_{xa}$ и $C_{ya}$ на толщину профиля и сжимаемость по <i>CFD</i> -модели	7.5	6	4.7	5.4	4.8	5.3	4.7	3

### **Заключение по рассмотренным методикам расчёта аэродинамических характеристик изолированного винта**

Для воздушных винтов БПЛА, работающих на осевых режимах, включая работу на месте, дисковая вихревая теория с поправкой Гольдштейна и лопастная теория дают близкие результаты, совпадающие с экспериментом. Поэтому применение дисковой теории с поправкой Гольдштейна целесообразно в алгоритмах оптимизации геометрии винта и анализе полетных заданий, выполняемых БПЛА, в связи с высокой производительностью этого метода.

Лопастную вихревую теорию следует применять на заключительных этапах оптимизации, а также для поверочных расчётов и уточнения законов распределения воздушной нагрузки по радиусу лопасти. Использование зависимостей аэродинамических коэффициентов профиля лопасти, полученных из продувок и скорректированных с помощью *CFD*-модели на другие числа Маха, толщины профиля и его задней кромки, приводит к существенному уменьшению отклонения расчётных характеристик винта от экспериментальных.

## ГЛАВА 2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ

### 2.1 Математическая модель электропривода

Для моделирования работы электрической силовой установки используется математическая модель [93], [100, 101], которая связывает обороты электродвигателя  $\omega$ , крутящий момент на его валу  $M_{ЭД}$ , ток  $I$  и напряжение  $U$  на его обмотках системой уравнений

$$U = \frac{30\omega}{\pi K_V} + R_a I, \quad (2.1)$$

$$I = \frac{\pi K_V M_{ЭД}}{30} + I_0, \quad (2.2)$$

где  $K_V$  – скоростная постоянная электродвигателя, об/(мин×В);  $R_a$  – сопротивление обмоток;  $I_0$  – ток холостого хода.

Для управления оборотами электродвигателя используется контроллер. Связь между током и напряжением аккумуляторной батареи (АБ) на входе в контроллер с током и напряжением на обмотках электродвигателя (на выходе из контроллера) находится из уравнения

$$UI = \eta_{\text{контр}} U_{\text{АБ}} I_{\text{АБ}}, \quad (2.3)$$

где  $\eta_{\text{контр}}$  – КПД контроллера;  $I_{\text{АБ}}$ ,  $U_{\text{АБ}}$  – ток и напряжение АБ

Большинство электродвигателей, используемых на БПЛА, являются бесколлекторными. Контроллер таких двигателей, кроме управления оборотами, используется для коммутации обмоток, поэтому можно считать, что он работает с двигателем как единое целое. В этом случае потери мощности в контроллере удобнее учитывать за счет увеличения сопротивления обмоток электродвигателя на величину  $\Delta R_{\text{контр}}$ . Тогда для определения тока  $I_{\text{АБ}}$  в уравнении (2.3) следует принять  $\eta_{\text{контр}} = 1$ , а в уравнении (2.1)  $R_a$  заменить на  $R_a + \Delta R_{\text{контр}}$ . Получим



$$U = \frac{30\omega}{\pi K_V} + (R_a + \Delta R_{\text{контр}}) \left( \frac{\pi K_V M_{\text{ЭД}}}{30} + I_0 \right), \quad (2.4)$$

Приведем расчетные и экспериментальные зависимости тока на входе в контроллер от оборотов двигателя T-Motor AT7215KV200, работающего на месте с нагрузкой в виде винтов 19×10 (Рисунок 2.1 а) и 20×10 (Рисунок 2.1 б).

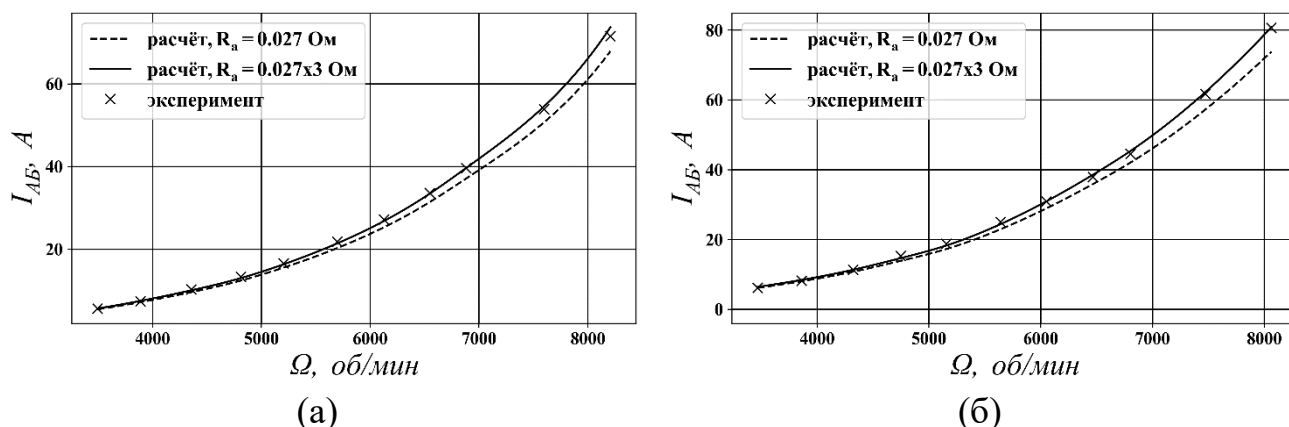


Рисунок 2.1 – Расчётные и экспериментальные зависимости тока на входе в контроллер от оборотов двигателя *T-motor AT7215KV200*, работающего на месте,

с нагрузкой в виде двух разных винтов:

а – 19x10; б – 20x10

Расчет выполнен при  $\Delta R_{\text{контр}} = 0$  и  $\Delta R_{\text{контр}} = 2R_a$  по измеренным производителем  $U_{AB}$ ,  $\Omega$ ,  $M_{\text{ЭД}}$ , опубликованным [81]. Параметры  $K_V$ ,  $I_0$ ,  $R_a$  взяты по данным производителя. Как видим, расчет без учета дополнительного сопротивления  $\Delta R_{\text{контр}}$  приводит к занижению потребляемого тока.

Приведем расчетные и экспериментальные зависимости тока на входе в контроллер от оборотов двигателя Hacker Q100-6М с загрузочной крыльчаткой (Глава 5) (Рисунок 2.2, а) и на холостом ходу (Рисунок 2.2, б).

Как видим (Рисунок 2.2), расчет тока  $I_{AB}$  по заявленным производителем параметрам  $K_V$ ,  $I_0$ ,  $R_a$  [121] приводит к заметному отклонению от

экспериментальных данных (пунктирная линия). При использовании экспериментальных параметров  $K_V$ ,  $I_0$  и  $R_a$  с увеличенным сопротивлением обмоток данные расчета хорошо согласуются с данными эксперимента (сплошная линия).

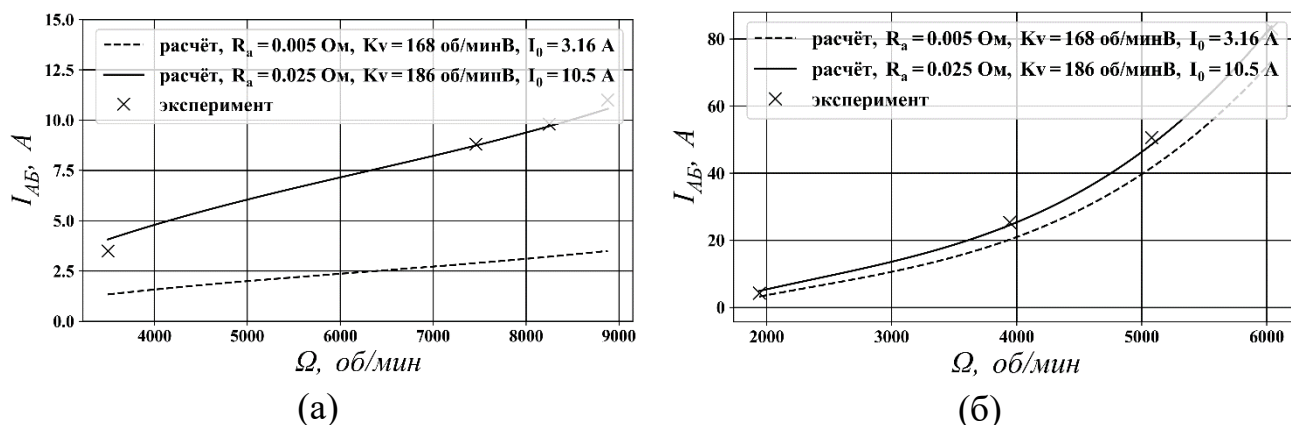


Рисунок 2.2 – Расчётные и экспериментальные зависимости тока на входе контроллера от оборотов двигателя *Hacker Q100-6M*:

а – холостой ход; б – загрузка крыльчаткой

Таким образом, система уравнений (2.1-2.3) позволяет корректно моделировать работу электропривода при достоверных значениях  $K_V$ ,  $I_0$ ,  $R_a$ .

Одним из важнейших параметров, необходимых при определении конструктивных параметров винта, входящего в состав электрической силовой установки, является максимально допустимый крутящий момент на валу ЭД  $M_{ЭД\max}$ . Ограничение по моменту на валу эквивалентно ограничению по максимальному току в обмотках электродвигателя  $I_{ЭД\max}$ .

Производители электродвигателей обычно указывают значение максимально допустимого кратковременного тока  $I_{\max\_т}$ , который выдерживает двигатель за время  $\tau_{\max}$  при номинальном напряжении  $U_{ном}$ . Найдём максимальный долговременный ток в обмотках электродвигателя  $I_{ЭД\max}$  при любых

напряжениях  $U$ . Для этого воспользуемся зависимостью избыточной температуры электроприбора относительно окружающей среды  $\Delta t$  от времени его работы [121]:

$$\Delta t = t - t_{OC} = \frac{\Delta P}{KF} \left( 1 - e^{-\frac{KF\tau}{m_{ЭП}c_{ЭП}}} \right), \quad (2.5)$$

где  $t$  – температура прибора,  $t_{OC}$  – температура окружающей среды,  $\Delta P$  - тепловая мощность, выделяемая в приборе,  $KF$  - произведение коэффициента теплоотдачи в окружающую среду на площадь поверхности охлаждения,  $\tau$  - время работы электроприбора,  $m_{ЭП}$  - масса нагреваемой части электроприбора,  $c_{ЭП}$  - удельная теплоёмкость материала нагреваемой части.

Потери мощности в электродвигателе  $\Delta P$  можно найти из уравнений (2.1) - (2.2) путём вычитания полезной мощности двигателя  $\omega M_{ЭД}$  из потребляемой мощности  $UI$ :

$$\Delta P = I^2 R_a + I_0 (U - IR_a). \quad (2.6)$$

Подставив в (2.5) величину максимально допустимой температуры изоляции обмоток  $t_{\max}$ , массу нагреваемой части двигателя (обмоток)  $m_{ЭД}$ , удельную теплоёмкость материала обмоток  $c_{ЭД}$ , допустимое время работы при максимальном кратковременном токе  $\tau_{\max}$ , потери мощности в электродвигателе  $\Delta P$  (2.6) при  $I = I_{ЭД\max}$  и  $U = U_{ном}$ , можно составить трансцендентное уравнение для определения величины  $KF$  конкретного двигателя:

$$t_{\max} - t_{OC} = \frac{I_{ЭД\max}^2 \tau R_a + I_0 (U_{ном} - I_{ЭД\max} \tau R_a)}{KF} \left( 1 - e^{-\frac{KF\tau_{\max}}{m_{ЭД}c_{ЭД}}} \right). \quad (2.7)$$

Избыточная температура двигателя при времени его работы, стремящемся к бесконечности, находится из (2.5):

$$t - t_{OC} = \frac{\Delta P}{KF}, \quad (2.8)$$

Подставив в (2.8)  $t = t_{\max}$ , можно найти максимально допустимые тепловые потери мощности двигателя при его длительной работе  $\Delta P_{\max}$ :

$$\Delta P_{\max} = (t_{\max} - t_{OC})KF. \quad (2.9)$$

Тогда из (2.6) и (2.9) можно составить уравнение для определения  $I_{\text{ЭД}\max}$ :

$$(t_{\max} - t_{OC})KF = I_{\text{ЭД}\max}^2 R_a + I_0(U - I_{\text{ЭД}\max} R_a), \quad (2.10)$$

Решая квадратное уравнение (2.10) относительно  $I_{\text{ЭД}\max}$ , получаем:

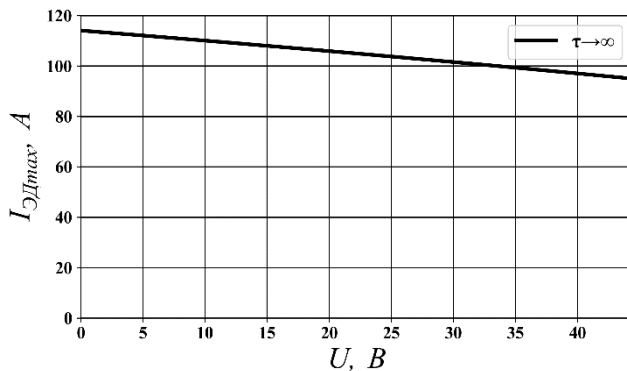
$$I_{\text{ЭД}\max} = \frac{I_0 + \sqrt{I_0^2 - 4\lambda_{\text{ЭД}}}}{2}, \quad (2.11)$$

где

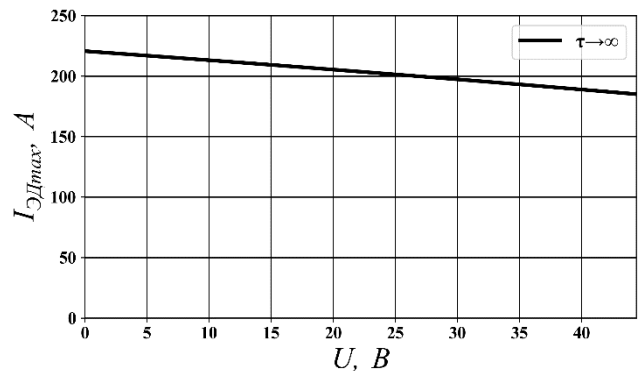
$$\lambda_{\text{ЭД}} = \frac{I_0 U - (t_{\max} - t_{OC})KF}{R_a}, \quad (2.12)$$

Продемонстрируем зависимости  $I_{\text{ЭД}\max}(U)$ , рассчитанные для двигателя *T-motor AT7215KV200* [81] при  $t_{\max} = 130^\circ\text{C}$ ,  $t_{OC} = 20^\circ\text{C}$ ,  $c_{\text{ЭД}} = 390$  Дж/(кг×К),  $m_{\text{ЭД}} = 0.05$  кг,  $K_V = 200$  об/(мин×В),  $I_0 = 2.4$  А,  $R_a = 0.027$  Ом,  $\tau_{\max} = 180$  с,  $U_{\text{ном}} = 44.4$  В,  $I_{\text{ЭД}\max\_ \tau} = 95$  А (Рисунок 2.3 а), и двигателя *Hacker Q100-6M* [122] при  $t_{\max} = 130^\circ\text{C}$ ,  $t_{OC} = 20^\circ\text{C}$ ,  $c_{\text{ЭД}} = 390$  Дж/(кг×К),  $m_{\text{ЭД}} = 0.1$  кг,  $K_V = 168$  об/(мин×В),  $I_0 = 3.16$  А,  $R_a = 0.01$  Ом,  $\tau_{\max} = 15$  с,  $U_{\text{ном}} = 44.4$  В,  $I_{\text{ЭД}\max\_ \tau} = 210$  А (Рисунок 2.3 б).

Как видим (Рисунок 2.3), при уменьшении напряжения на обмотках происходит некоторое повышение максимально допустимого тока. Соответственно, на малых оборотах допустимый крутящий момент на валу несколько больше, чем на больших.



(а)



(б)

Рисунок 2.3. Расчётный долговременный ток на обмотках электродвигателей:

а - двигатель *T-motor AT7215KV200*; б - двигатель *Hacker Q100-6M*

В ряде случаев производитель двигателя может менять  $K_V$  двигателя в соответствии с требованием заказчика, поскольку это не требует принципиального изменения его конструкции, достаточно лишь изменить сечение и число витков обмоток. При этом меняются значения  $I_0$  и  $R_a$ . Запишем формулы, связывающие эти величины с  $K_V$ . Из формулы (2.2) видно, что ток в обмотках является линейной функцией момента на валу, тогда ток холостого хода будет линейной функцией момента трения подшипников:

$$I_0 = K_V M_{\text{тр}}, \quad (2.13)$$

Если конструкция двигателя не меняется, то момент трения подшипников остаётся постоянным, значит ток холостого хода является линейной функцией  $K_V$ .

Момент трения можно определить из (2.2), если известна хотя бы одна пара значений  $K_V$  и  $I_0$ . На Рисунке 2.4 изображены зависимости  $I_0$  от  $K_V$  для двух двигателей фирмы *T-Motor* [81].

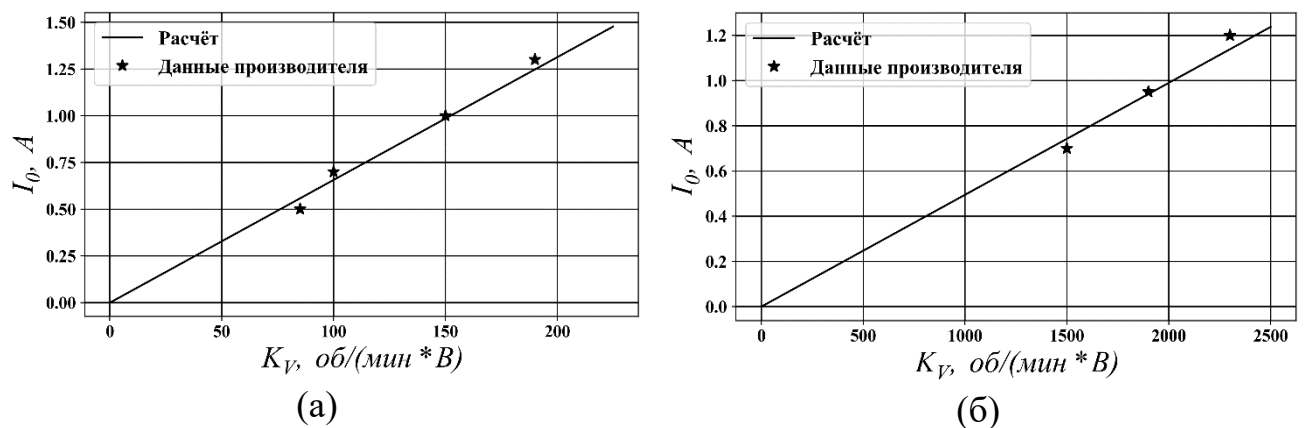


Рисунок 2.4 – Зависимости  $I_0(K_V)$  для двух двигателей фирмы *T-motor*:

а – U8II; б – AT2306

Сопротивление обмотки прямо пропорционально её длине и обратно пропорционально площади её поперечного сечения. При фиксированном объёме (массе) обмотки её сопротивление пропорционально квадрату длины.

Крутящий момент двигателя с постоянными магнитами при заданном токе

прямо пропорционален длине обмотки и обратно пропорционален  $K_V$ . Из этого следует, что сопротивление обмоток обратно пропорционально квадрату  $K_V$ :

$$R_a = const / K_V^2. \quad (2.14)$$

Зависимости  $R_a(K_V)$  для двух двигателей фирмы *T-motor* изображены на Рисунке 2.5.

Таким образом,  $K_V$  является ещё одним параметром силовой установки, оптимальное значение которого может подлежать определению вместе с конструктивными параметрами движителя.

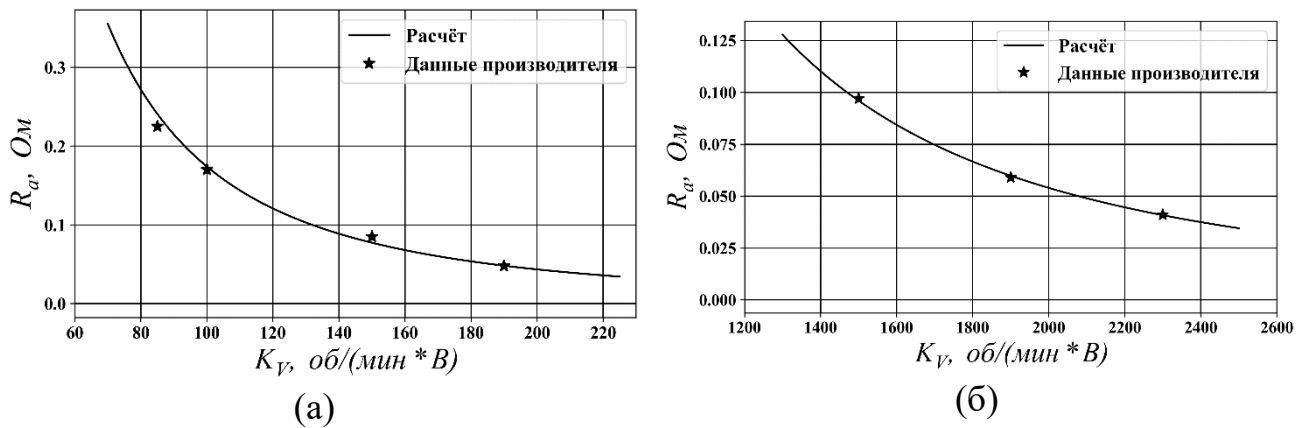


Рисунок 2.5 – Зависимости  $R_a(K_V)$  для двух двигателей фирмы *T-motor*:

а – U8II; б – AT2306

## 2.2 Совместная работа воздушного винта и электропривода

При полёте БПЛА со скоростью  $V$  для создания потребной силы тяги  $T_{\text{потр}}$  воздушный винт должен работать на определённых оборотах  $\omega$ , которые можно найти из уравнения:

$$T_{BB}(\omega, V) - T_{\text{потр}} = 0, \quad (2.15)$$

где сила тяги воздушного винта  $T_{BB}(\omega, V)$

$$T_{BB}(\omega, V) = c_T(\bar{V}) \frac{\rho}{2} (\omega R)^2 \pi R^2, \quad \bar{V} = \frac{V}{\omega R}, \quad (2.16)$$

определяется через коэффициент тяги  $c_T(\bar{V})$  по формуле (1.1).

Для обеспечения условия совместной работы воздушного винта и электродвигателя на одном валу их крутящие моменты и обороты должны быть равны  $M_{BV} = M_{ЭД}(I)$ ,  $\omega_{BV} = \omega_{ЭД}(U, I)$ , для чего на обмотки ЭД должны быть поданы определённые значения напряжения  $U$  и тока  $I$ , которые можно найти из уравнений (2.1) - (2.2).

Потребный крутящий момент на валу винта  $M_{BV}$ , также является функцией  $V$  и  $\omega$ .

$$M_{BV}(\omega, V) = m_k(\bar{V}) \frac{\rho}{2} (\omega R)^2 \pi R^3, \quad \bar{V} = \frac{V}{\omega R}, \quad (2.17)$$

где коэффициент крутящего момента  $m_k$  определяется по формуле (1.2)

При найденных значениях  $U$  и  $I$ , контроллер двигателя будет потреблять ток

$$I_{AB} = \frac{UI}{U_{AB}}, \quad (2.18)$$

если КПД контроллера учён путём увеличения сопротивления обмоток по формуле (2.4).

При работе электропривода на любых режимах должны выполняться ограничения по величинам тока:

$$I \leq I_{\max}, \quad (2.19)$$

$$I_{AB} \leq \min \begin{cases} I_{AB\_max} \\ I_{контр\_max} \end{cases}, \quad (2.20)$$

где  $I_{AB\_max}$  и  $I_{контр\_max}$  - ограничения по максимально допустимому току источника питания и контроллера соответственно.

Также должно выполняться ограничение по напряжению на обмотках ЭД, поскольку контроллер может дать на обмотки напряжение, не превышающее напряжение источника питания:

$$U \leq U_{AB}. \quad (2.21)$$

Разработанная методика была применена для моделирования работы электрической силовой установки БПЛА, разработанного в СКБ АМ МАИ. В состав силовой установки входили двигатель *Hacker Q100-6M* с контроллером

*Master SPIN 200 Pro OPTO*, питаемый от аккумуляторов напряжением  $U_{AB} = 44.4$  В, и двухлопастный воздушный винт диаметром 0.789 м, лопасти которого имели профиль *Eppler 387* с утолщённой до 2% задней кромкой. Геометрия и характеристики этого винта приведены в Главе 1 (Рисунки 1.3-1.4).

На Рисунке 2.6 приведены расчётные и экспериментальная зависимости величины тока на входе в контроллер от оборотов двигателя, приводящего во вращение воздушный винт. Расчётные зависимости силы тока были получены как по значениям крутящего момента, измеренным на стенде (сплошная линия), так и по расчётным значениям (пунктирная линия).

Видно, что зависимость силы тока, полученная по измеренному моменту, лучше согласуется с экспериментом. Это свидетельствует о корректности принятой математической модели электродвигателя. Полностью расчётная зависимость силы тока лежит несколько ниже экспериментальных точек, что вызвано заниженными значениями крутящего момента воздушного винта, рассчитанного по дисковой теории.

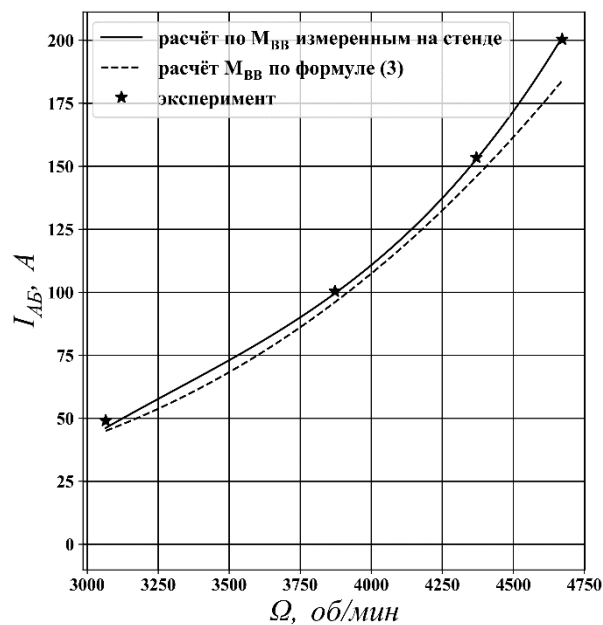


Рисунок 2.6 – Зависимости силы тока на входе в контроллер от оборотов электродвигателя, вращающего воздушный винт

### 2.3 Основные параметры аккумуляторных батарей

Поскольку в настоящем исследовании не ставится задача выбора АБ, приведём только основные характеристики АБ, от которых зависят рабочие параметры СУ и ограничения.



Основными характеристиками аккумулятора являются напряжение на его выводах  $U_{AB}$ , плотность энергии  $w_{AB}$  и масса  $m_{AB}$ . Также существует минимально допустимое напряжение разряда  $U_{AB\_min}$ , ниже которого разряжать аккумулятор нельзя, и максимально допустимый ток разряда  $I_{AB\_max}$ . Напряжение аккумулятора зависит от величины тока разряда  $I_{AB}$ , времени разряда заданным током (остаточной энергии) и числа полных циклов заряда-разряда. Эти зависимости приводятся в документации к аккумуляторам [103]. Плотность энергии полностью заряженной АБ  $w_{AB}$  зависит от тока разряда и числа пройденных циклов заряда-разряда. Её можно приближённо рассчитать по следующей формуле:

$$w_{AB} = \frac{e_{AB} U_{ном}}{m_{AB}}, \quad (2.22)$$

где  $e_{AB}$  – ёмкость АБ в Ампер-часах, взятая по кривой разряда при определённом токе. Величина  $w_{AB}$ , вычисленная по формуле (2.22), измеряется в Вт\*ч/кг. Поскольку в реальных условиях при фиксированной мощности, потребляемой силовой установкой, напряжение АБ падает, а ток растёт, более точный расчёт плотности энергии необходимо выполнять с учётом этого фактора, а также с учётом числа пройденных аккумуляторами циклов заряда-разряда (с учётом разрядных токов в этих циклах), что является более сложной задачей, выходящей за рамки настоящего исследования.

Зависимость напряжения аккумулятора от тока разряда при неглубоком разряде и невысоких токах приближённо имеет следующий вид, что нетрудно получить из экспериментальных разрядных характеристик АБ [103]:

$$U_{AB} = U_{AB\_0} - R_{AB} I_{AB}, \quad (2.23)$$

где  $U_{AB\_0}$  и  $R_{AB}$  – напряжение без нагрузки и внутреннее сопротивление АБ.

Из (2.18) и (2.23) можно составить уравнение для определения напряжения на выводах аккумулятора в зависимости от тока и напряжения на обмотках электродвигателя:

$$U_{AB}^2 - U_{AB_0}U_{AB} + R_{AB}UI = 0 \quad (2.24)$$

Уравнение (2.24) имеет следующее решение:

$$U_{AB} = \frac{U_{AB_0} + \sqrt{U_{AB_0}^2 - 4R_{AB}UI}}{2} \quad (2.25)$$

Подстановка (2.25) в (2.23) и решение полученного уравнения относительно  $I_{AB}$  даёт следующее выражение:

$$I_{AB} = \frac{U_{AB_0} - \sqrt{U_{AB_0}^2 - 4R_{AB}UI}}{2R_{AB}} \quad (2.26)$$

### ГЛАВА 3 МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Развитие методов оптимального проектирования воздушного винта началось с решения задачи об оптимальном законе распределении циркуляции по радиусу винта, обеспечивающем минимум индуктивных потерь [5-7]. При этом углы установки сечений лопасти подбирались таким образом, чтобы профили лопасти в этих сечениях работали на углах атаки, соответствующих максимальному аэродинамическому качеству [104]. Винт проектировался под номинальные обороты двигателя на режиме полета с постоянной скоростью с учётом одновременного обеспечения этих двух условий. На других режимах осуществлялась проверка характеристик силовой установки путём поверочного расчёта. Очевидно, что данный подход не приводит к достижению минимума затрачиваемой мощности (или другой целевой функции), так как при его применении минимизируется только индуктивная составляющая.

Дальнейшее развитие оптимального аэродинамического проектирования винта заключалось в задании некоторого закона изменения  $C_{ya}$  по радиусу лопасти (обычно линейного) [22]. Этот закон подбирался таким образом, чтобы добиться уменьшения потребляемой воздушным винтом мощности при заданной скорости полёта, оборотах и силе тяге. Закон распределения циркуляции находился по минимуму индуктивных потерь [22]. Вышеизложенные методы часто используются для проектирования винтов.

С развитием вычислительной техники возможности применения сложных алгоритмов возрастали. Задачу оптимизации воздушного винта стали рассматривать в более общем виде. Вместо задания законов распределения циркуляции и  $C_{ya}$  по радиусу винта и постоянных оборотов двигателя в современных алгоритмах анализируется функция изменения полной мощности силовой установки при заданной силе тяги винта и геометрии его лопастей [91-94]. Для создания такой функции требуется алгоритм поверочного расчёта аэродинамических характеристик воздушного винта с произвольной формой

лопастей и математическая модель электропривода. Эти алгоритмы были рассмотрены в Главах 1 и 2. Непосредственное изменение геометрии лопасти имеет преимущество перед методом изменения законов распределения циркуляции и  $C_{ya}$  по радиусу лопасти, поскольку прямая проверка ограничений по геометрии практически не отнимает вычислительных ресурсов.

В существующих публикациях на тему оптимизации воздушных винтов БПЛА [91-94] в основном изложены общие положения и качественные результаты оптимизации [118], при этом недостаточно полно рассмотрены вопросы выбора способа параметризации лопасти произвольной геометрии, применительно к воздушному винту, не учитываются ограничения, обусловленные электрической силовой установкой, отсутствуют алгоритмы оптимизации по критерию максимальной скорости аппарата, недостаточно полно изложены проблемы оптимизации многорежимных аппаратов [94]. Эти моменты будут рассмотрены в данной главе.

Вопросы прочности лопастей воздушного винта обычно рассматриваются после выбора их аэродинамической компоновки путем выполнения поверочного расчёта на прочность. Если условие прочности не выполняется, то может меняться конструкция лопастей, материалы, применяемые для их изготовления, или относительные толщины сечений. В современных исследованиях [92] предлагается подход, заключающийся в добавлении условия прочности в качестве дополнительного ограничения и его проверке в процессе оптимизации воздушного винта. Такой подход требует создания базы данных аэродинамических характеристик профиля лопасти не только по  $\alpha$ ,  $Re$ ,  $M$ , но и по относительной толщине профиля  $\bar{c}$ , расчёта на прочность в нескольких сечениях на каждой итерации, а также увеличивает размерность вектора конструктивных параметров (КП), что существенно усложняет задачу. При этом удовлетворение условия прочности не гарантирует пригодность данного винта к эксплуатации, поскольку не исключает возникновения аэроупругих явлений, которые могут привести к разрушению воздушного винта или к существенному снижению его КПД и срока службы. С другой стороны, обеспечить прочность лопастей и исключить вредные

аэроупругие явления зачастую можно либо вовсе без изменения внешнего контура лопастей, либо путём незначительных изменений, приводящих к незначительному снижению КПД винта. Поэтому в общем алгоритме проектирования воздушного винта вынесем вопросы прочности и аэроупругости за пределы оптимизации геометрии в отдельный блок, который не рассматривается в рамках настоящей работы. Также не будем рассматривать задачу выбора аккумуляторов, считая, что их параметры заданы (Глава 2).

Рассмотрим алгоритм выбора параметров силовой установки (Рисунок 3.1). Алгоритм был составлен с учётом разделения задач проектирования ЛА и выбора параметров силовой установки, которые должны решаться методом

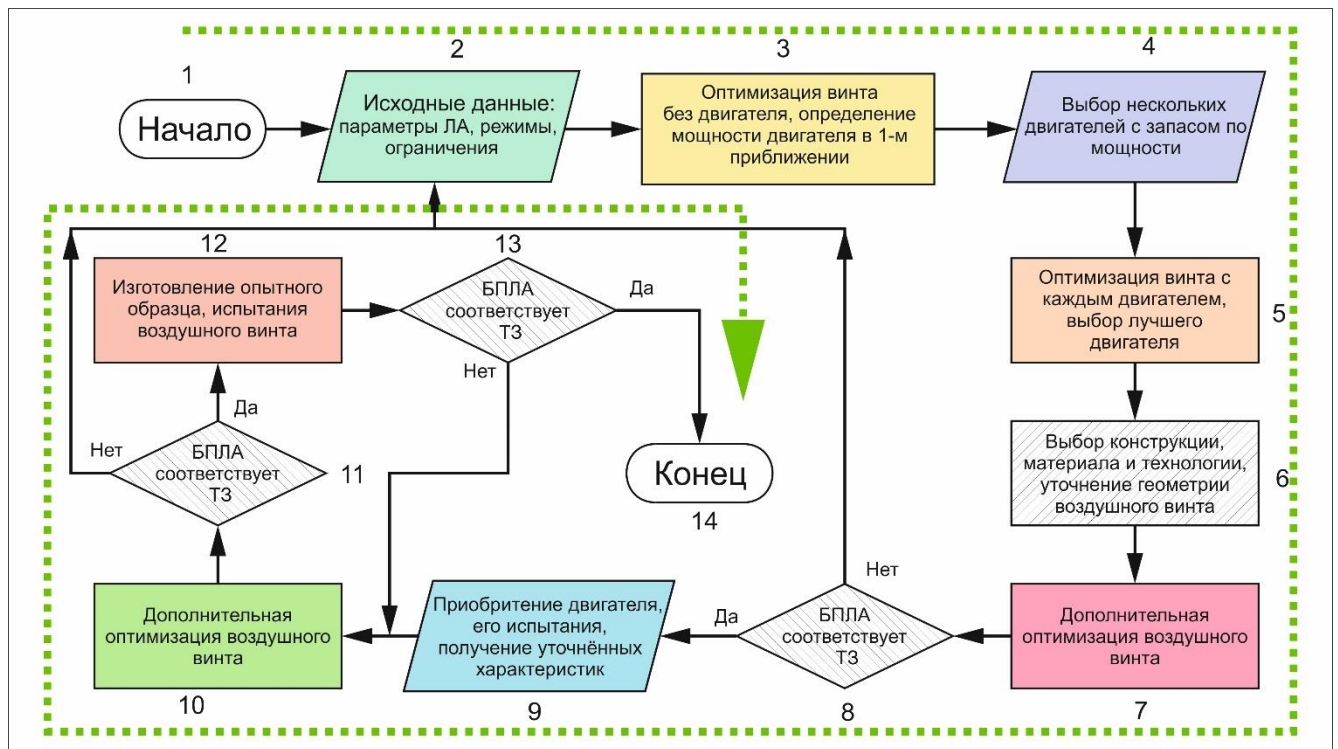


Рисунок 3.1 – Алгоритм выбора параметров силовой установки

последовательных приближений, состоящим из двух последовательных шагов. На первом шаге осуществляется выбор оптимальных параметров ЛА при заданных параметрах СУ, на втором – выбор оптимальных параметров СУ при заданных параметрах ЛА. Первый шаг не рассматривается в рамках настоящего исследования, однако в разработанном алгоритме выбора параметров СУ

предусмотрены блоки перехода к задаче выбора параметров ЛА.

Будем считать, что все параметры ЛА заданы, включая его массу. Изменение массы элементов СУ (ЭД и контроллер) может компенсироваться путём изменения массы АБ. Процесс проектирования силовой установки начинается с формирования исходных данных, которыми являются геометрические, весовые, аэродинамические характеристики ЛА, режимы полёта и геометрические ограничения (блок 2).

Для выбора электропривода необходимо предварительно определить его минимальную мощность, например, путём оптимизации воздушного винта без учёта электропривода при заданных характеристиках ЛА, режимах полёта и геометрических ограничениях (блок 3). Для БПЛА вертикального взлёта минимальную мощность следует определять по взлётному режиму. Далее следует разделить полученную мощность на предполагаемый КПД электропривода, который в первом приближении можно принять равным 0.8.

Начиная с полученной мощности подбирается линейка двигателей (блок 4), с каждым из которых выполняется оптимизация воздушного винта (блок 5). Двигатели следует рассматривать в направлении возрастания мощности с некоторым запасом до тех пор, пока значение целевой функции не начнёт устойчиво снижаться или перестанут выполняться ограничения. Из рассмотренных двигателей выбирается тот, с которым значение целевой функции максимально и выполняются все ограничения.

Далее осуществляется выбор конструкции, материала и технологии изготовления воздушного винта, а также соответствующее уточнение его геометрии (блок 6) и аэродинамических характеристик (Глава 4). Затем осуществляется дополнительная оптимизация с учётом дополнительных ограничений и уточнённой геометрии профиля (блок 7).

После того как расчётные характеристики оптимальной силовой установки известны, выполняется проверка БПЛА на соответствие ТЗ (блок 8). Если ТЗ не выполняется, осуществляется переход к блоку 2, при этом ослабляются ограничения, уточняются (оптимизируются) параметры ЛА либо ослабляются

требования ТЗ, и процесс выбора параметров СУ повторяется. Если ТЗ выполняется, осуществляется переход к следующему этапу (блок 9) в ходе которого предварительно подобранный двигатель приобретается и испытывается по методике, приведённой в Главе 5.

После уточнения характеристик электропривода производится дополнительная оптимизация воздушного винта (блок 10) и проверка ЛА на соответствие ТЗ. Если ТЗ не выполняется, осуществляется переход блоку 2, в противном случае воздушный винт изготавливается и испытывается (блок 12).

Далее выполняется проверка ЛА на соответствие ТЗ, в случае соответствия алгоритм завершается, в противном случае осуществляется возврат к блоку 10, определение причины и устранение несоответствия.

В ходе выбора параметров электрической силовой установки многократно повторяется процесс оптимизации воздушного винта и является ключевым элементом настоящего исследования.

### 3.1 Методика оптимизации параметров воздушного винта

Оптимизация воздушного винта заключается в определении таких его геометрических параметров, при которых значение целевой функции достигает максимума (минимума) при соблюдении существующих ограничений. Все варьируемые параметры воздушного винта удобно записывать в виде компонентов некоторого вектора  $X_{КП}$ , который будем называть вектором конструктивных параметров:

$$X_{КП} = [x_{КП0}, x_{КП1}, \dots, x_{КПi}, \dots, x_{КПn}] \quad (3.1)$$

где  $x_{КПi}$  –  $i$ -й конструктивный параметр.

Поскольку задача оптимизации воздушного винта решается в рамках оптимизации параметров силовой установки ЛА, в состав вектора КП (3.1) удобно включать и параметры СУ. Следует разделить КП на непрерывные и дискретные. Непрерывными параметрами являются хорды  $\bar{b}_i$  и углы установки  $\varphi_i$  сечений

лопастей винта, его радиус  $R$ , скоростная постоянная электродвигателя  $K_V$  (если предположить возможность намотки обмоток двигателя проволокой любого сечения). Также в список непрерывных параметров можно включить наивыгоднейшую скорость полёта ЛА  $V_{opt}$  при оптимизации по критерию максимальной дальности или продолжительности. Дискретными параметрами являются число лопастей винта  $k$ , число двигателей  $n_{дв}$ , также в их число можно включить марку двигателя и имя аэродинамического профиля.

### Целевые функции

При оптимизации СУ ЛА целевыми функциями могут являться: полётный КПД СУ  $\eta_{СУ}$  в горизонтальном установившемся полёте на скорости  $V$ , потребляемая электрическая мощность  $P_{эл}$ , дальность полёта  $L_{ГП}$ , продолжительность полета  $\tau_{пол}$  или максимальная скорость горизонтального полёта  $V_{max}$ . Эти функции могут быть оптимизированы с учётом возможности выполнения нескольких режимов полёта (профиля полёта).

Полётный КПД СУ в установившемся горизонтальном полёте определяется следующим выражением:

$$\eta_{СУ} = \frac{TV}{I_{AB}U_{AB}} = \frac{TV}{P_{ЭД}} \frac{P_{BV}}{I_{AB}U_{AB}} = \eta_{BV}\eta_{ЭД}, \quad (3.2)$$

где  $T$  – сила тяги воздушного винта в установившемся горизонтальном полёте БПЛА со скоростью  $V$ ;  $I_{AB}$  и  $U_{AB}$  - потребные значения тока и напряжения на выводах аккумулятора, обеспечивающие получение механической мощности  $P_{BV} = P_{ЭД}$  на общем валу воздушного винта и электродвигателя. Сила тяги  $T$  определяется по аэродинамическим, геометрическим и весовым характеристикам изолированного ЛА либо с учётом интерференции с воздушным винтом [43].

Электрическая мощность равна произведению величин  $I_{AB}$  и  $U_{AB}$ , которые определяются по методике, приведённой в Главе 2, при оборотах винта  $\omega$ , соответствующих потребным значениям силы тяги винта. Продолжительность



полёта на  $N$ -ом режиме  $\tau_{пол\_N}$  рассчитывается по следующей формуле:

$$\tau_{пол\_N} = \frac{w_{AB}m_{AB} - \sum_{j=1}^{N-1} P_{эл\_j}\tau_{пол\_j} - \sum_{j=N+1}^K P_{эл\_j}\tau_{пол\_j}}{P_{эл\_N}}, \quad (3.3)$$

где  $P_{эл\_j}$  и  $\tau_{пол\_j}$  – потребляемая электрическая мощность и время полёта на  $j$ -ом режиме,  $P_{эл\_N}$  – потребляемая электрическая мощность на  $N$ -ом режиме,  $K$  – число режимов полёта ЛА.

Дальность горизонтального полёта на  $N$ -ом режиме равна произведению времени полёта (3.3) на скорость полёта  $V_{ПП\_N}$  на этом режиме.

### Расчёт максимальной скорости горизонтального полёта

При использовании электрической силовой установки максимальная скорость горизонтального полёта  $V_{max}$  ограничивается максимально допустимыми значениями тока в обмотках электродвигателя  $I_{max}$ , выводах аккумулятора  $I_{AB\_max}$  и контроллера  $I_{контр\_max}$ , а также минимально допустимого напряжения  $U_{AB\_min}$  при соответствующем токе АБ. Достижение предельных значений этих трёх величин может происходить на разных скоростях, поэтому в качестве максимальной (максимально допустимой) скорости горизонтального полёта следует принимать такую, выше которой происходит превышение хотя бы одного из этих параметров. Это условие можно записать в следующем виде:

$$V_{max} = \min \begin{cases} V \leftarrow I_{AB}(V) - \min(I_{AB\_max}, I_{контр\_max}) = 0 \\ V \leftarrow I(V) - \min(I_{max}(U), I_{контр\_max}) = 0 \\ V \leftarrow U(V) - U_{AB}(I_{AB}(V)) = 0 \end{cases}, \quad (3.4)$$

Графическая интерпретация второго и третьего уравнения из (3.3) приводится на Рисунке 3.2.

Таким образом, для определения  $V_{max}$  необходимо решить три уравнения в правой части (3.4) относительно  $V$  и выбрать из этих решений минимальное значение. Зависимости токов и напряжений от скорости полёта находятся по формулам Главы 2.

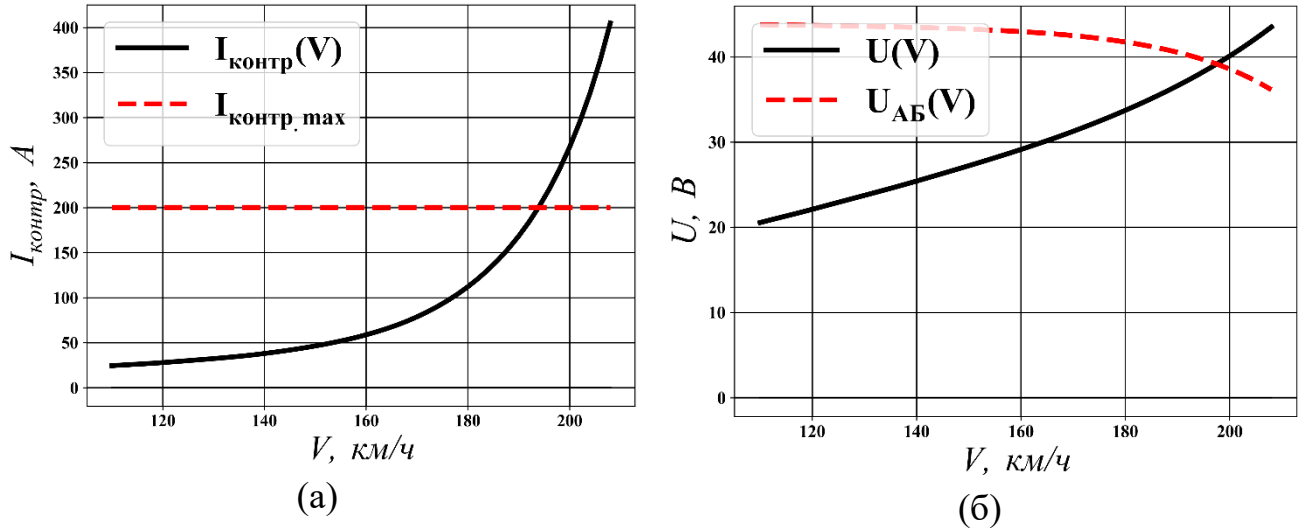


Рисунок 3.2 – Вычисление максимальной скорости полёта:

а – по максимальному току контроллера; б – по напряжению АБ

### Ограничения

Ограничения по токам и напряжениям, а также методы их вычисления были изложены в Главе 2. Запишем неравенства, которые должны выполняться с учётом этих ограничений на всех этапах полёта:

$$I_{AB} \leq I_{AB\_max}, \quad (3.5)$$

$$I_{AB} \leq I_{\text{контр\_max}}, \quad (3.6)$$

$$I \leq I_{\text{max}}, \quad (3.7)$$

$$I \leq I_{\text{контр\_max}}, \quad (3.8)$$

$$U \leq U_{AB}(I_{AB}) \quad (3.9)$$

Форма лопасти не может быть абсолютно произвольной по причине наличия технологических, эксплуатационных, конструктивных и компоновочных ограничений, однако алгоритм оптимизации лопасти произвольной формы может приводить к недопустимым решениям, поэтому её необходимо ограничивать искусственно. Запишем основные геометрические ограничения:

$$R \leq R_{\text{max}}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{b}(\bar{r})}{\partial \bar{r}^2} \leq \bar{b}_{\text{max}}^{(2)}, \quad (3.11)$$

$$b_{min} \leq b(\bar{r}) \leq b_{max}, \quad (3.12)$$

$$c_{зк\_min} \leq c_{зк}(\bar{r}), \quad (3.13)$$

где  $R_{max}$ ,  $\bar{b}_{max}^{(2)}$ ,  $b_{max}$  – максимально допустимые значения радиуса винта, второй производной безразмерной хорды (используется при кусочно-линейной аппроксимации хорды в [92-93]) и абсолютной величины хорды,  $b_{min}$ ,  $c_{зк\_min}$  – минимально допустимые значения хорды и толщины задней кромки. Величины  $R_{max}$  и  $b_{max}$  определяются компоновочными и геометрическими ограничениям.

### Задание функций в программе оптимизации

На основе вышеизложенных методов в программе оптимизации должны быть составлены алгоритмы вычисления следующих функций (для горизонтального полёта и вертикального взлёта при допущении об осевом обтекании воздушного винта и заданных высотах):

$$T_{номп} = X_{ГП}(V_X) / n_{дв}, \quad (3.14)$$

$$T_{вз} = m_{ЛА} g f_{см} / n_{дв}, \quad (3.15)$$

$$\omega_{номп}(V, X_{КП}) = \omega(V, T_{номп}, X_{КП}), \quad (3.16)$$

$$M_{номп}(V, X_{КП}) = M(V, \omega_{номп}, X_{КП}), \quad (3.17)$$

$$I_{номп}(V, X_{КП}) = I(M_{номп}), \quad (3.18)$$

$$U_{номп}(V, X_{КП}) = I(\omega_{номп}, M_{номп}), \quad (3.19)$$

$$I_{АБ\_номп}(V, X_{КП}) = I_{АБ}(I_{номп}, U_{номп}), \quad (3.20)$$

$$P_{эл\_номп}(V, X_{КП}) = I_{АБ} U_{АБ}(I_{АБ}), \quad (3.21)$$

$$V_{max} = V_{max}(X_{КП}), \quad (3.22)$$

где  $T_{номп}$  и  $T_{вз}$  – потребные силы тяги одного винта для горизонтального полёта и вертикального взлёта (здесь рассматривается начальный момент взлёта, когда тяга выведена на максимум с учётом заданной стартовой тяговооружённости  $f_{см}$  и числа двигателей  $n_{дв}$ , а ЛА ещё не начал набирать скорость; в общем случае необходимо рассчитывать потребную тягу с учётом траектории взлёта),  $\omega_{номп}$  -

потребные обороты для создания необходимой силы тяги на заданном режиме полёта,  $M_{nomp}$  - крутящий момент винта при работе на заданном режиме при условии обеспечения потребной для этого режима сила тяги,  $I_{nomp}$ ,  $U_{nomp}$  - потребные для обеспечения необходимого крутящего момента и оборотов ток и напряжение на обмотках на заданном режиме полёта,  $I_{AB\_nomp}$  - ток, потребляемый аккумулятором на заданном режиме полёта. Все функции (3.14) - (3.22) приведены в соответствие с их уровнем от нижнего к верхнему. Для вычисления функций верхнего уровня необходимы функции нижнего уровня. Функции задаются таким образом, чтобы на самом верхнем уровне аргументами являлись режим полёта и вектор конструктивных параметров.

Большинство из этих функций требует для их вычисления задания начальных приближений. Для сокращения времени работы программы необходимо организовать передачу векторов начальных приближений между функциями низкого уровня и зависимых функций высокого уровня. Передачу начальных приближений также необходимо выполнять между итерациями алгоритма оптимизации. То есть, если найдена  $V_{max}$  для некоторого вектора  $X_{КП}^{(0)}$ , значит существуют соответствующие токи и напряжения на всех режимах полёта, тяги и мощности, обороты, а также индуктивные скорости. При проведении расчётов для нового вектора  $X_{КП}^{(1)} = X_{КП}^{(0)} + \delta X_{КП}$  целесообразно использовать в качестве начальных приближений все эти параметры, полученные при расчётах для вектора  $X_{КП}^{(0)}$ . Это позволяет сократить количество итераций в циклах решения уравнений при заданной точности и повысить устойчивость расчётов.

Вычисления нагрузок на элементы лопасти проводятся в векторном виде, то есть параллельно для всех элементов. Все расчёты в настоящем исследовании выполнялись с помощью библиотеки NumPy, написанной на языке Python.

### Алгоритм оптимизации

Для решения задачи условной оптимизации с множественными ограничениями негладких и зашумлённых многомерных функционалов (3.21),

(3.22), которые могут иметь седловые точки и локальные экстремумы, необходимо применять подходящие методы. На основе анализа имеющихся публикаций, посвящённых решению подобных задач [92-94], было принято решение рассмотреть и протестировать метод случайного поиска с возвратом при неудачном шаге [95], который хорошо зарекомендовал себя в этих случаях.

Метод случайного поиска состоит из следующих основных повторяющихся операций:

- 1) Выбор начального приближения вектора конструктивных параметров  $X_{КП}^{(0)}$ , удовлетворяющего ограничениям
- 2) Модификация вектора КП путём прибавления случайного приращения  $X_{КП}^{(1)} = X_{КП}^{(0)} + \delta X_{КП}$
- 3) Проверка выполнения ограничений для нового вектора  $X_{КП}^{(1)}$
- 4) Вычисление значения целевой функции  $f(X_{КП}^{(1)})$
- 5) Принятие нового приближения  $X_{КП}^{(1)}$  или откат к первоначальному в зависимости от увеличения или уменьшения целевой функции

Для проверки наличия нескольких экстремумов можно производить оптимизацию, начиная с разных начальных приближений, путь оптимизации также не будет повторяться за счёт выбора случайных приращений.

Алгоритм следует составлять, исходя из минимизации времени его работы. При наличии множественных ограничений на нескольких режимах полёта значительную (основную) часть времени может занимать проверка их выполнения. Поэтому алгоритм этой проверки необходимо организовать рациональным образом: в первую очередь проверяются простые в вычислительном плане ограничения (по геометрии лопасти), затем наиболее вероятные, например, токи и напряжения на взлётном режиме для самолёта вертикального взлёта и посадки (СВВП). При первом же невыполнении ограничения проверку следует прерывать и откатываться к первоначальному значению вектора КП. Только если все ограничения выполнены, можно вычислять целевую функцию.

При оптимизации по критерию максимальной скорости следует сначала проверять ограничения на предыдущем её значении, поскольку если они не выполняются, значит новое значение максимальной скорости для рассматриваемого вектора КП меньше предыдущего и выполнять трудоёмкий алгоритм её вычисления нецелесообразно.

Для одного начального приближения (НП) алгоритм оптимизации следует выполнять до тех пор, пока разница значений целевой функции между  $N$  последовательными итерациями составляет некоторую достаточно большую величину, если же она становится малой или равной нулю, алгоритм следует прерывать.

Разработанный с учётом вышеперечисленных требований алгоритм оптимизации изображён в виде блок-схемы на Рисунке 3.3. Алгоритм составлен для

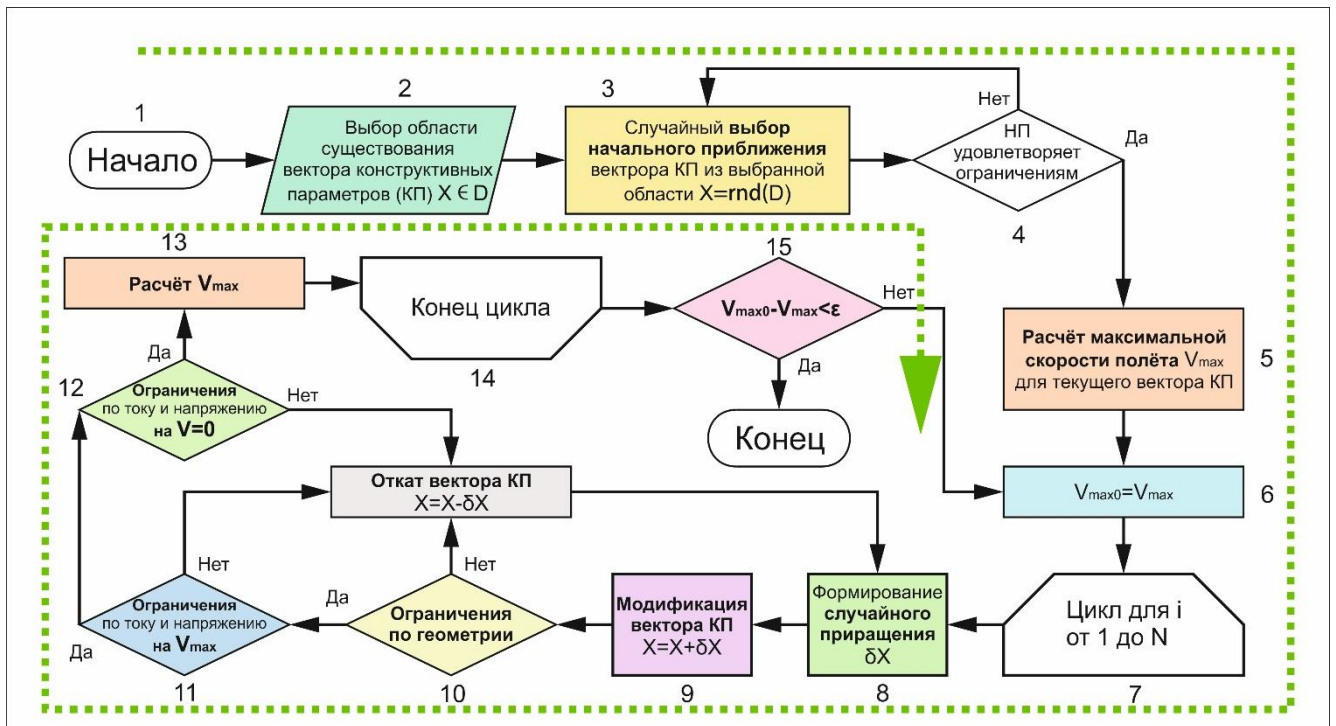


Рисунок 3.3 – Алгоритм оптимизации движителя для одного НП

случая, когда целевой функцией является максимальная скорость полёта. Для компактности изображения, схема составлена для одного начального приближения вектора КП, фиксированного числа лопастей и одного профиля лопасти. Для достижения гарантированного результата (при заданном числе лопастей и

профиле) необходимо выполнять данный алгоритм несколько раз, начиная с блока 3. Из полученных результатов выбирается тот вектор КП, при котором значение  $V_{max}$  наибольшее. Также этот алгоритм выполняется для всех сочетаний дискретных параметров (чисел лопастей и их профилей).

При других целевых функциях (продолжительность или дальность полёта) алгоритм оптимизации отличается тем, что в блоках 5, 6, 13 и 15 вместо  $V_{max}$  и  $V_{max0}$  используются соответствующие целевые функции, блок 11 исключается, либо вместо него добавляются блоки проверки ограничений на других режимах полёта. Если в ходе проверки ограничений значение целевой функции вычисляется автоматически, тогда блок 13 (Рисунок 3.2) также исключается.

### 3.2 Варианты задания геометрии лопастей воздушного винта

В предыдущем параграфе был изложен алгоритм оптимизации вектора КП в общем случае, теперь исследуем вопрос о том, в каком конкретно виде целесообразно задавать геометрию лопастей воздушного винта.

При выбранном аэродинамическом профиле форма лопасти определяется законами изменения ширины лопасти  $\bar{b}(\bar{r})$ , её толщины  $\bar{c}(\bar{r})$  и угла установки сечений  $\varphi(\bar{r})$  (геометрическая крутка) вдоль радиуса. При решении задачи оптимизации на первых этапах достаточно выбрать один профиль для всех сечений с постоянной относительной толщиной, тогда форма лопасти определяется законами  $\bar{b}(\bar{r})$  и  $\varphi(\bar{r})$ .

Удобно задавать форму лопасти конечным числом КП, оптимальные значения которых находятся в процессе оптимизации. В литературе вопрос выбора способа задания формы лопасти освещён недостаточно подробно, поскольку обычно законы крутки и распределения хорд вычисляются по заданным законам распределениям циркуляции и обратного качества профиля. В [92-94] для этих целей используется кусочно-линейная аппроксимация (Рисунок 3.4), однако данный способ требует дополнительных ограничений кривизны (3.11), а также

большого числа опорных узлов и дополнительного сглаживания для получения гладких законов  $\bar{b}(\bar{r})$  и  $\varphi(\bar{r})$ , что существенно замедляет процесс оптимизации. Поэтому рассмотрим альтернативные способы задания геометрии лопасти.

Простейшим законом изменения  $\varphi(\bar{r})$ , определяемым одним параметром, обладает винт с фиксированным геометрическим шагом. Для такого винта  $\varphi(\bar{r})$  вычисляется по следующей формуле

$$\varphi(\bar{r}) = \frac{180}{\pi} \operatorname{atan}\left(\frac{\bar{h}}{2\pi\bar{r}}\right), \quad (3.23)$$

где  $\bar{h}$  - относительный геометрический шаг воздушного винта. Графики функции (3.23) для нескольких постоянных по радиусу  $\bar{h}$  изображены на Рисунке 3.5.

Простейшей модификацией закона (3.23) является задание крутки относительно характерного сечения лопасти, расположенном на относительном радиусе  $\bar{r}=0.7$ . Это удобно для винтов изменяемого шага, который задается углом установки характерного сечения  $\varphi_{0.7}$ .

$$\varphi(\bar{r}) = \frac{180}{\pi} \left[ \operatorname{arctg}\left(\frac{\bar{h}}{2\pi\bar{r}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{\bar{h}}{2\pi \cdot 0.7}\right) \right] + \varphi_{0.7}, \quad (3.24)$$

где  $\varphi_{0.7}$  - угол установки лопасти (угол установки сечения на  $\bar{r} = 0.7$ )

Формула (3.24) определяет простейший закон изменения  $\varphi(\bar{r})$  для винтов изменяемого шага, у которых угол установки лопасти  $\varphi_{0.7}$  может меняться на разных режимах полёта. Выражение (3.24) пригодно и для винта фиксированного шага (ВФШ), в этом случае значение  $\varphi_{0.7}$  постоянно на всех режимах.

Другим вариантом задания произвольной геометрии лопасти является применение полиномов. Полиномы, аппроксимирующие законы распределения по радиусу хорд и углов установки, можно проводить через заранее выбранные вдоль

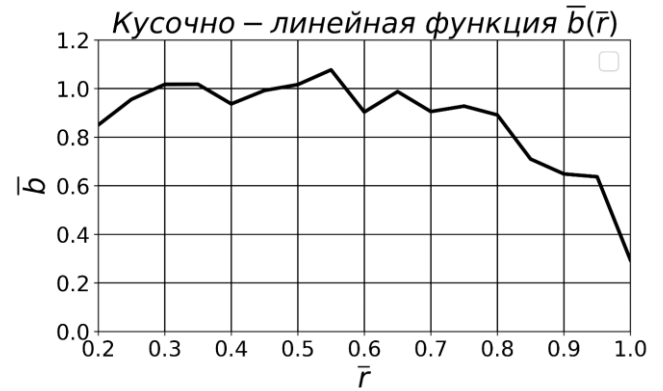


Рисунок 3.4 – Кусочно-линейная аппроксимация



радиуса узлы. Этот способ удобен тем, что при оптимизации можно напрямую варьировать значения конструктивных параметров в этих узлах. Однако, полиномы высоких степеней, проведённые через произвольные точки, могут иметь значительные флуктуации, поэтому при таком способе задания геометрии лопасти оптимизацию необходимо начинать с полиномов малых степеней либо вообще ограничиться только малыми степенями. В этом случае интересен вопрос о том, какой степени полинома достаточно. Запишем выражение для хорды через полином произвольной степени:

$$\bar{b}(\bar{r}) = \sum_{i=0}^n a_i \bar{r}^i \quad (3.25)$$

где  $a_i$  - некоторые коэффициенты, определяемые из системы линейных уравнений, составленной из условия равенства значений интерполяционного полинома (3.25) и функции  $\bar{b}(\bar{r})$  в опорных узлах  $\bar{r}_j$ ,  $0 \leq j \leq n$ .

Крутку удобнее задавать через переменный по радиусу геометрический шаг, а не напрямую через углы установки. Шаг сечений также можно представить в виде полинома:

$$\bar{h}(\bar{r}) = \sum_{i=0}^n c_i \bar{r}^i \quad (3.26)$$

где  $c_i$  - коэффициенты интерполяционного полинома (3.26). Для определения углов установки сечений лопасти необходимо подставить формулу (3.26) в (3.23) или (3.24).

Исследуем вопрос о величине степени полиномов, достаточной для достижения минимального значения целевой функции (на примере КПД силовой установки  $\eta_{СУ}$  при заданной скорости полёта  $V$ ). Для этого выполним

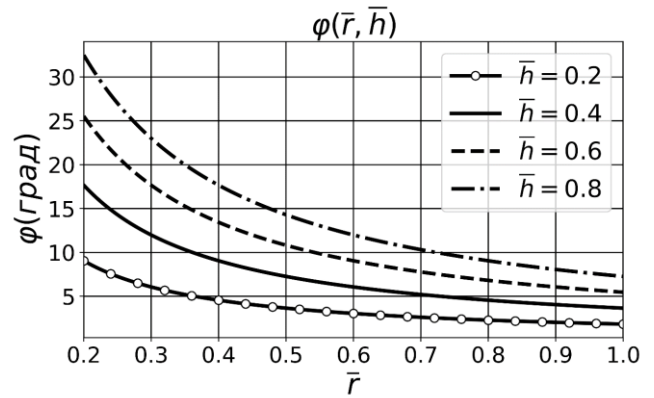


Рисунок 3.5 – График функции (3.23) для нескольких  $\bar{h}$

оптимизацию воздушного винта по вышеприведённой методике, используя полиномы (3.25) и (3.26) различных степеней в сочетании с функцией (3.23). Решим эту задачу для аппарата, проектируемого в СКБ АМ МАИ в настоящее время. Расчёт будем проводить исключительно для решения задачи о достаточной степени полинома. Характеристики аппарата, его предполагаемой электрической силовой установки, необходимые требования и ограничения запишем в Таблице 3.1.

*Таблица 3.1 – Исходные данные для проектирования воздушного винта БПЛА вертикального взлёта, разрабатываемого в СКБ-АМ МАИ*

№	Параметр	Название	Значение	Ед. изм.
Параметры БПЛА и СУ				
1.	$m$	Взлётная масса	45	кг
2.	$S$	Площадь крыла	0.9	м <sup>2</sup>
3.	$C_{xa}$	Коэффициент сопротивления	0.04	-
4.	$V$	Скорость полёта	120	км/ч
5.	$n$	Количество двигателей	1	-
6.	$f_{ст}$	Стартовая тяговооружённость	1.4	-
7.	$k$	Число лопастей	2	
Ограничения				
8.	$b_{min}$	Минимальная хорда	0.012	м
9.	$b_{max}$	Максимальная хорда	0.08	м
10.	$I_{AB\_max}$	Максимально допустимый ток аккумулятора	340	А
11.	$I_{max}(\tau = 15)$	Максимально допустимый кратковременный ток на обмотках двигателя	450	А
12.	$I_{max}$	Максимально допустимый долговременный ток на обмотках двигателя	310	А

13.	$U_{AB}(I_{AB}=340)$	Напряжение полностью заряженного аккумулятора при токе разряда 340 А	65.8	В
Целевая функция: $\eta_{СУ}$				

Результаты оптимизации представлены на Рисунках 3.6 (для всех  $n$ ), 3.7 ( $n=0$ ) и 3.8 ( $n=1$ ). На Рисунке 3.6 а, б изображены оптимальные для выбранной степени аппроксимирующего полинома законы изменения хорд и углов установки от радиуса. На Рисунке 3.6 в, г изображены зависимости оптимального радиуса

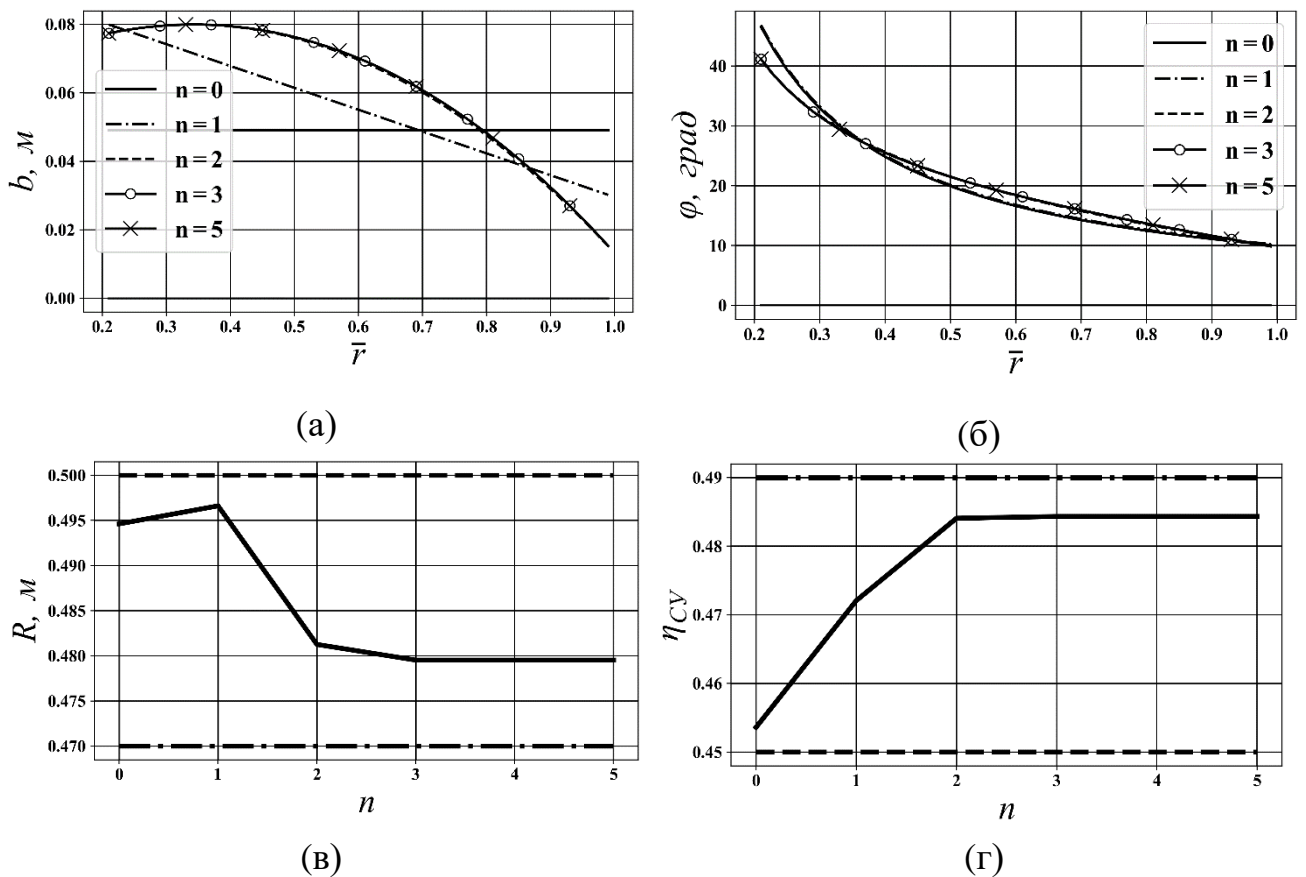


Рисунок 3.6 – Оптимальная форма лопасти в зависимости от степени аппроксимирующих полиномов:

а – хорды; б – углы установки; в – радиус; г – КПД СУ

винта и максимального КПД силовой установки на заданной скорости полёта от степени аппроксимирующих полиномов. Видно, что распределение хорд лопасти

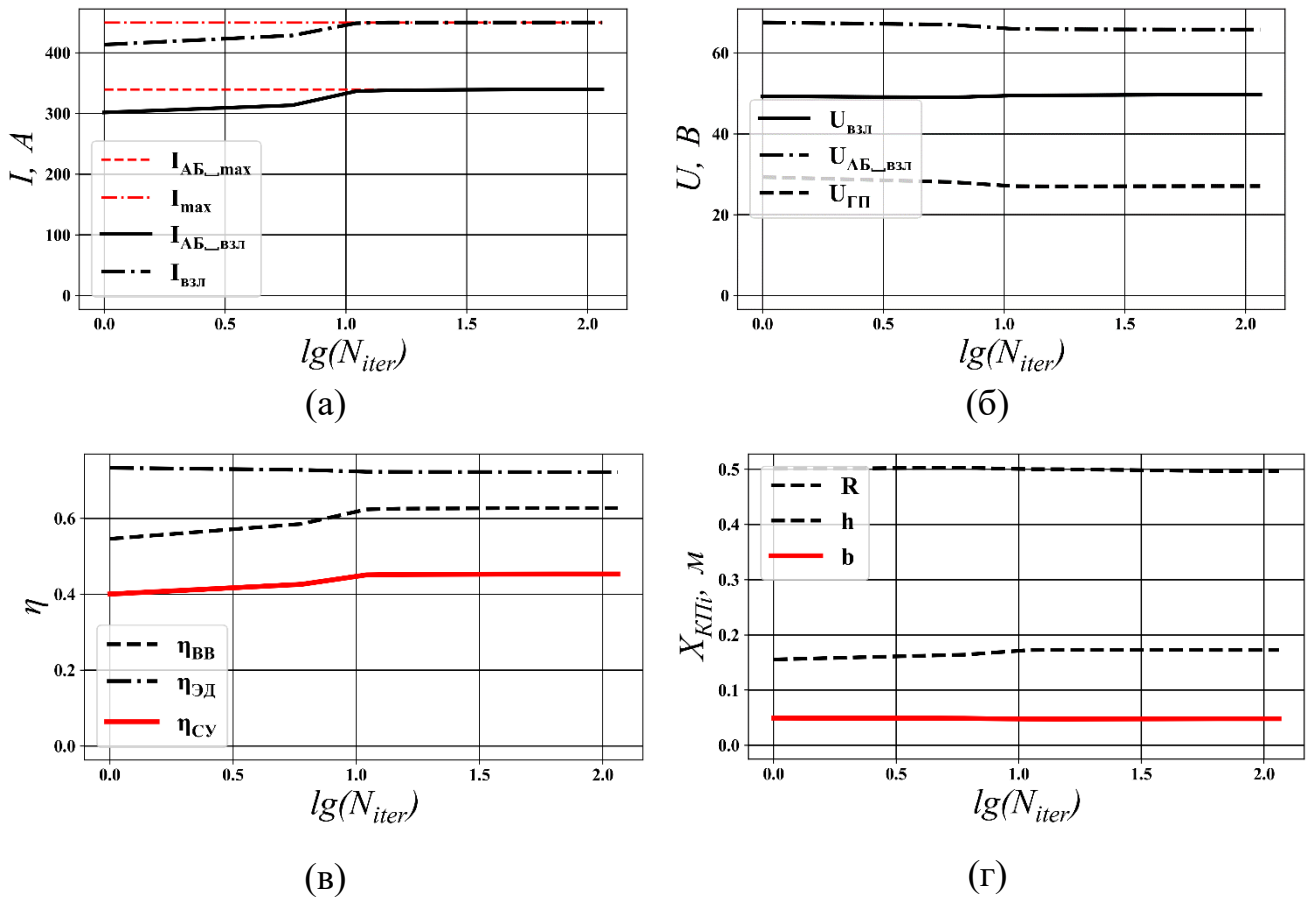


Рисунок 3.7 – Параметры силовой установки в зависимости от выполненного числа итераций алгоритма оптимизации при  $n=0$ :

- а – потребляемые взлётные токи на обмотках и выводах АБ, а также их максимально допустимые значения; б – напряжения на взлёте и в горизонтальном полёте; в – КПД СУ и её элементов в горизонтальном полёте; г – геометрические параметры винта

существенно изменяется при росте степени полинома от 0 до 2, дальнейшее увеличение степени практически не влияет на оптимальную форму. Распределение углов установки меняется незначительно после степени 2. Оптимальный радиус несколько возрастает при переходе от 0-й степени к 1-й, затем незначительно убывает с ростом степени  $n$ . КПД СУ возрастает примерно на 2% при переходе от 0-й степени к 1-й и ещё на 1% при переходе от 1-й степени ко 2-й. Дальнейшее увеличение степени не приводит к существенному росту КПД.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что аппроксимация хорды лопасти и геометрического шага полиномами 2-3-й степени достаточно.

На Рисунке 3.7а приведены графики потребляемого СУ тока на взлётном режиме, в горизонтальном полёте и максимально допустимого тока АБ в зависимости от десятичного логарифма числа итераций. Видно, что значения тока на обмотках и на выводах АБ быстро достигают предельных значений на 10-й

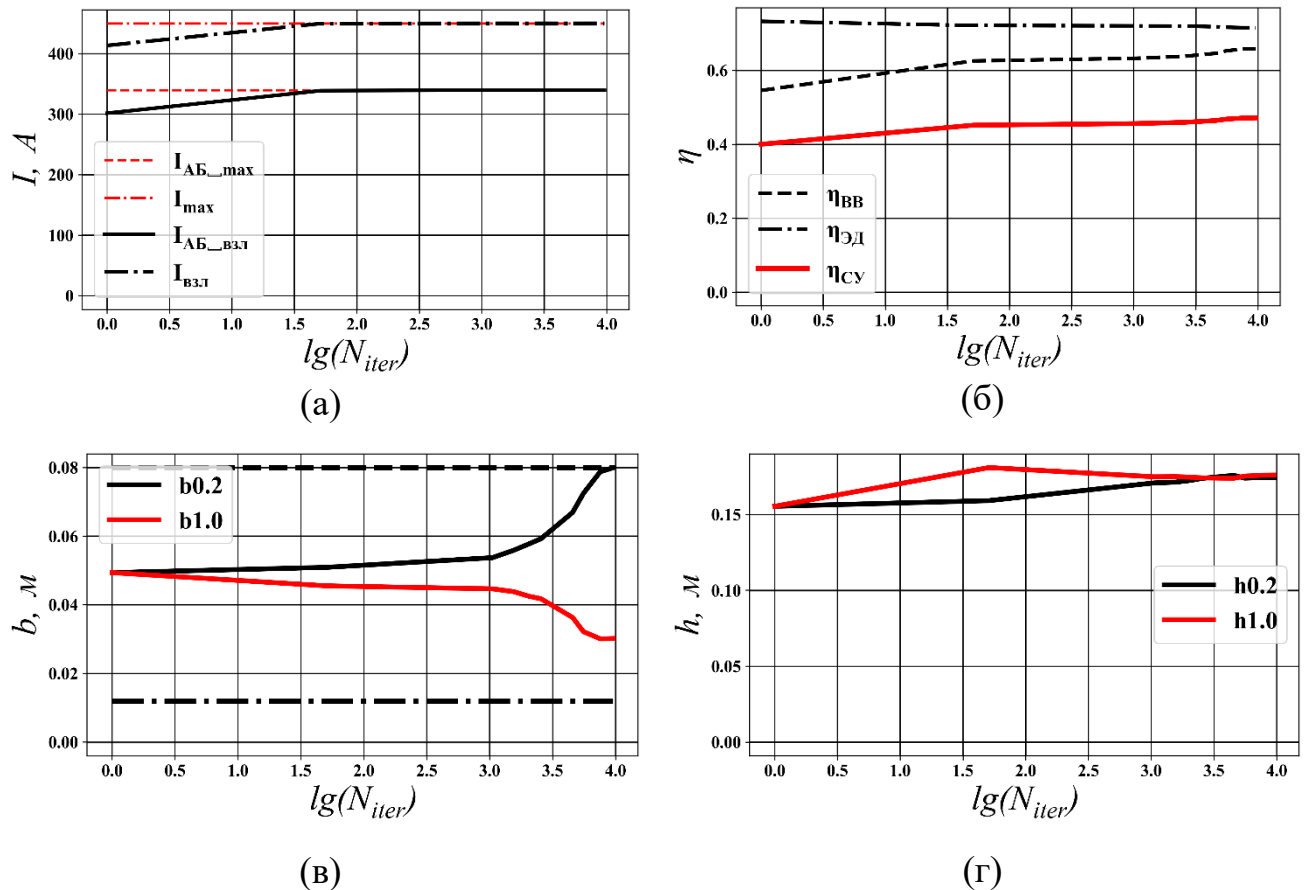


Рисунок 3.8 – Параметры силовой установки в зависимости от выполненного числа итераций алгоритма оптимизации при  $n=1$ :

- а – потребляемые взлётные токи на обмотках и выводах АБ, а также их максимально допустимые значения; б – КПД СУ и её элементов в горизонтальном полёте; в – хорды лопастей в сечениях  $\bar{r}=0.2$  и  $1.0$ ;
- г – геометрические шаги лопастей в сечениях  $\bar{r}=0.2$  и  $1.0$

итерации. Значения напряжений на элементах СУ, КПД СУ, ВВ и ЭД, радиуса винта, геометрического шага и хорды (Рисунок 3.7 б-г) после 10-й итерации практически не меняются. При степени аппроксимирующих полиномов  $n=1$  (Рисунок 3.8) изменение параметров СУ существенно на протяжении большего

числа итераций, а КПД СУ достигает большего значения по сравнению со случаем, когда  $n=0$ .

Дополнительное исследование кусочно-линейной аппроксимации формы лопасти проведём в ходе решения следующей задачи оптимизации воздушного винта БПЛА.

### 3.3 Оптимизация воздушного винта электроприводного беспилотного летательного аппарата-перехватчика вертикального взлёта и посадки

Решим с помощью разработанной методики задачу оптимизации воздушного винта электроприводного БПЛА-перехватчика вертикального взлёта и посадки. Рассмотрим два варианта: ВФШ, винт изменяемого шага (ВИШ).

Характеристики рассматриваемого БПЛА приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Исходные данные для проектирования воздушного винта БПЛА-перехватчика вертикального взлёта и посадки, разработанного в СКБ-АМ

МАИ

№	Параметр	Название	Значение	Ед. изм.
Параметры БПЛА и СУ				
1.	$m$	Взлётная масса	40	кг
2.	$S$	Площадь крыла	1.826	м <sup>2</sup>
5.	$n$	Количество двигателей	2	-
6.	$f_{cm}$	Стартовая тяговооружённость	1.4	-
7.	$k$	Число лопастей	2	
Ограничения				
8.	$b_{min}$	Минимальная хорда	0.012	м
9.	$b_{max}$	Максимальная хорда	0.09	м
10.	$I_{AB\_max}$	Максимально допустимый	200	А

		долговременный ток разряда аккумулятора		
11.	$I_{\max}(\tau = 15c)$	Максимально допустимый кратковременный ток на обмотках двигателя при напряжении 44.4 В	210	А
12.	$I_{\text{контр\_max}}(\tau = 15c)$	Максимально допустимый кратковременный ток контроллера	220	А
13.	$U_{AB}(I_{AB}=200 A)$	Минимально допустимое напряжение в конце полёта при токе разряда 200 А	39.4	В
Целевая функция: $V_{\max}$				

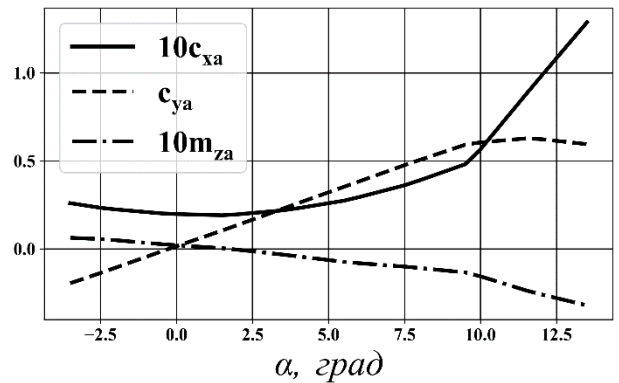
Для определения аэродинамических характеристик БПЛА была изготовлена и испытана его продувочная модель (Рисунок 3.9 а), аэродинамические характеристики которой (при нулевом угле отклонения элевонов) изображены на Рисунке 3.9 б. Продувки модели также выполнялись при различных углах отклонения элевонов. На основе этих данных были рассчитаны балансирующие углы отклонения элевонов по углам атаки ЛА из условия равенства нулю коэффициента момента тангажа при заданной центровке, и построена балансирующая поляра (Рисунок 3.9 в, г). Расчёты выполнялись с учётом угла установки СУ (для данного ЛА составляет 0 градусов относительно строительной горизонтали) и её расположения на борту (в плоскости строительной горизонтали). Очевидно, что в этом случае воздушные винты ЛА работают в режиме косо́го обдува, однако этим фактором можно пренебречь, поскольку при увеличении скорости полёта ЛА его угол атаки стремится к нулю. Уже на скорости 150 км/ч он составляет всего 4 градуса, и характеристики воздушных винтов, как показывают исследования [80], незначительно отличаются от осевого режима. Потребная сила

тяги обоих винтов в режиме работы на месте была принята равной весу ЛА, максимальная стартовая тяга – произведению веса ЛА на стартовую тяговооружённость.

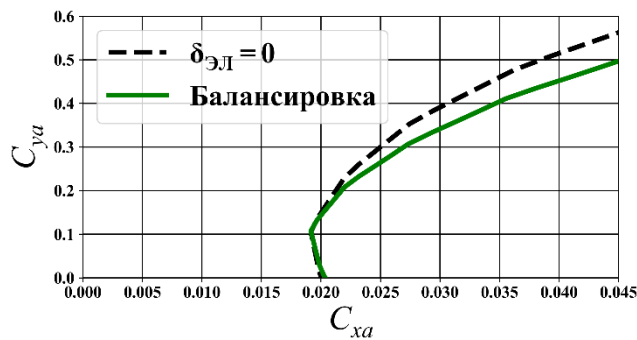
На основании ранее проведённых исследований было принято решение задавать форму лопасти в плане линейной функцией ( $n=1$ ) по двум сечениям  $b_0$  и  $b_1$ , углы установки лопасти - также по двум параметрам: постоянному для всей



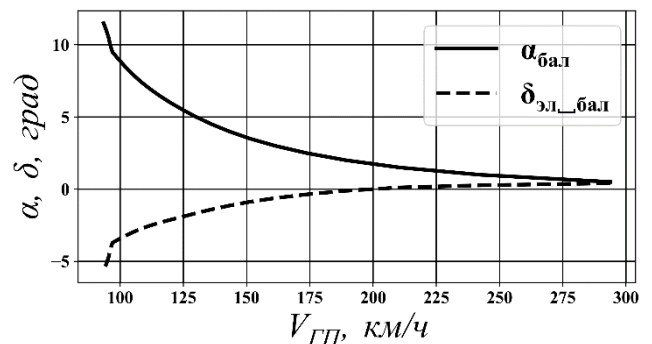
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 3.9 – Получение аэродинамических характеристик БПЛА:

а – продувочная модель; б – аэродинамические коэффициенты модели ЛА при нулевых углах отклонения элевонов; в – поляры ЛА; г – балансировочные углы атаки и углы отклонения элевонов по скорости полёта на высоте 500 м

лопасти геометрическому шагу  $h$  ( $n=0$ ), определяющему её крутку, и углу установки лопасти  $\varphi_{0.7}$ . Для ВИШ использовался один дополнительный параметр, поскольку углы установки лопасти должны были быть разными в режиме работы на месте и при полёте с максимальной скоростью. Для винта фиксированного шага



также был исследован способ задания формы лопасти с помощью кусочно-линейных аппроксимаций. Разработанный алгоритм был программно реализован на языке python 3.7, при этом использовались стандартные библиотеки для математических вычислений numpy и scipy, а также графическая библиотека matplotlib. Далее представим результаты расчётов.

### Оптимизация ВФШ

На Рисунке 3.10 изображены зависимости максимальной скорости полёта и конструктивных параметров ВФШ от числа итераций алгоритма оптимизации. При разных начальных приближениях оптимизация приводит к разным круткам и

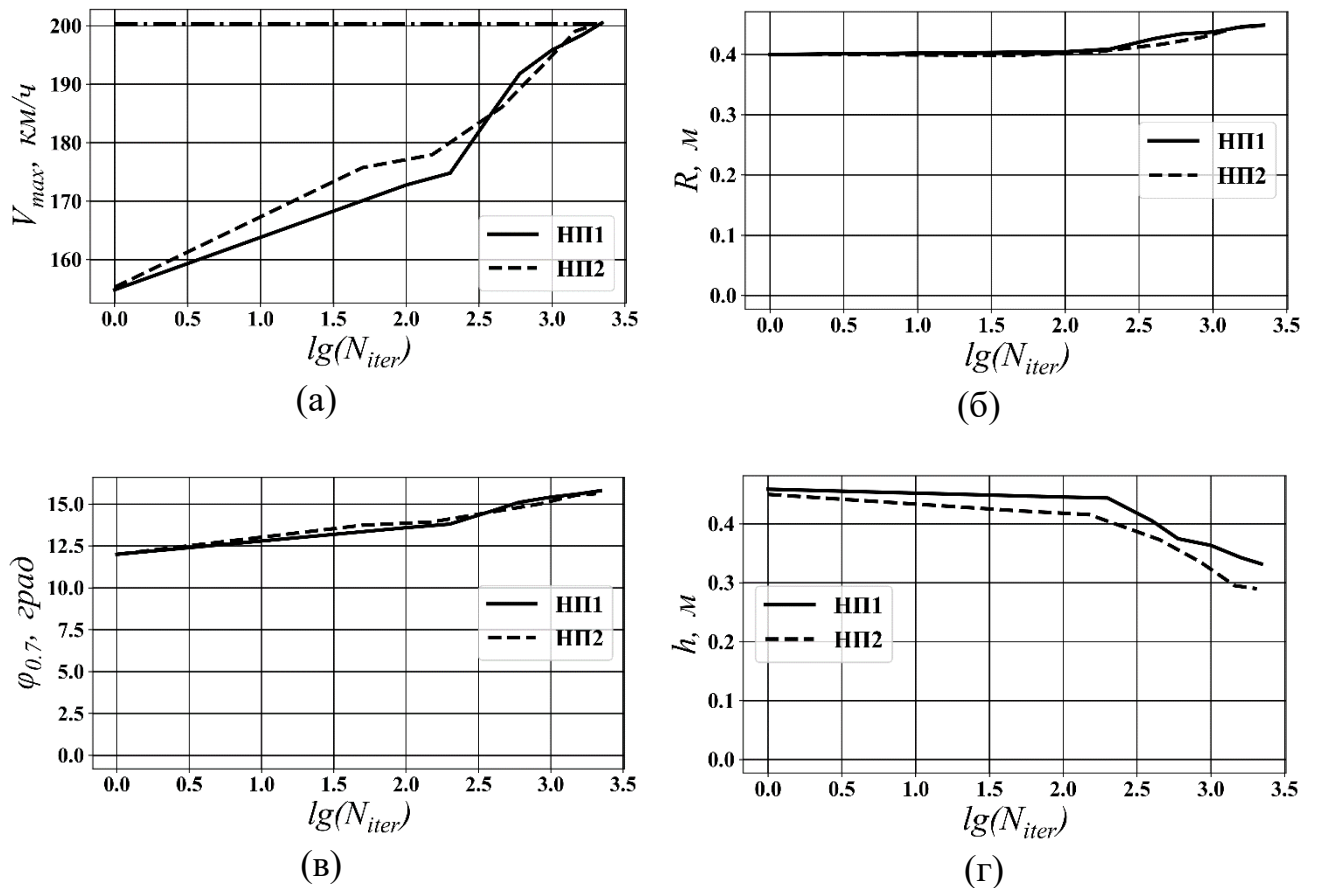


Рисунок 3.10 – Зависимости определяемых параметров от числа итераций для двух начальных приближений

а – максимальные скорости; б – радиусы винтов; в – углы установки в сечении

$\bar{r}=0.7$ ; г – геометрические шаги винтов

формам лопасти в плане и при этом к одинаковым максимальным скоростям полёта, составляющим 200 [км/ч]. Радиусы винтов и углы установки лопастей также стремятся к практически одинаковым значениям. Лопастей обоих вариантов отличаются круткой и формой в плане.

Также оптимизация ВФШ была выполнена для лопасти произвольной формы в плане и закона изменения углов установки сечений, заданных с помощью кусочно-линейной аппроксимации по 17-ти равномерно распределённым сечениям. На Рисунке 3.11 а, б показан процесс эволюции законов изменения

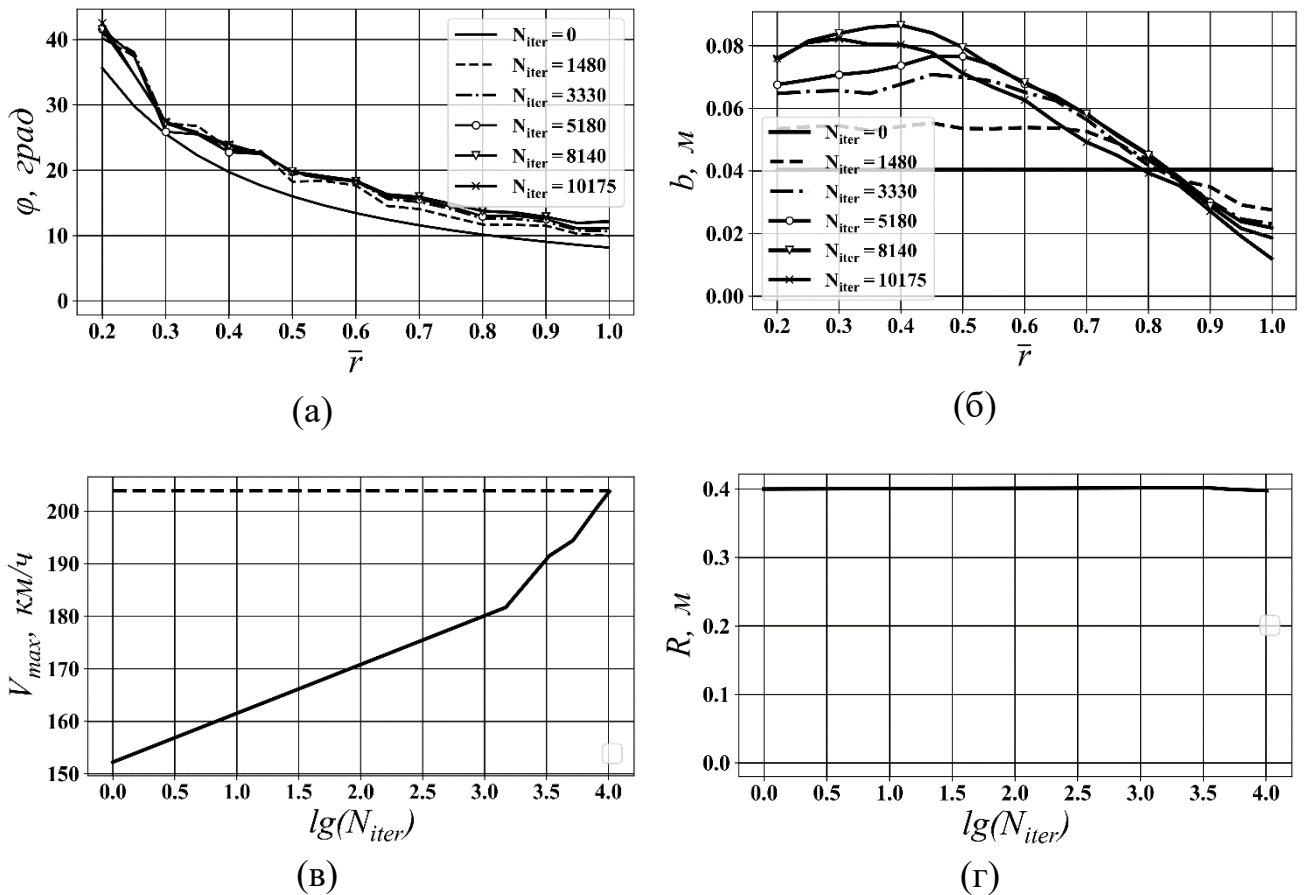


Рисунок 3.11 – Зависимости формы лопасти и целевой функции от числа итераций при кусочно-линейных аппроксимациях формы:

а – углы установки; б – хорды; в – максимальная скорость; г – радиус винта

хорды и углов установки сечений. Видно, что геометрия лопасти имеет изломы, поэтому её необходимо сглаживать, что было сделано методом наименьших

квадратов с помощью полиномов. Полученная максимальная скорость полёта практически не отличается от её значения для простых аппроксимаций формы лопасти и составляет 204 км/ч. На Рисунке 3.11 в, г изображены зависимости максимальной скорости полёта и радиуса винта от числа итераций алгоритма оптимизации.

### Оптимизация ВИШ

На Рисунке 3.12 изображены зависимости максимальной скорости полёта и некоторых конструктивных параметров ВИШ от числа итераций алгоритма

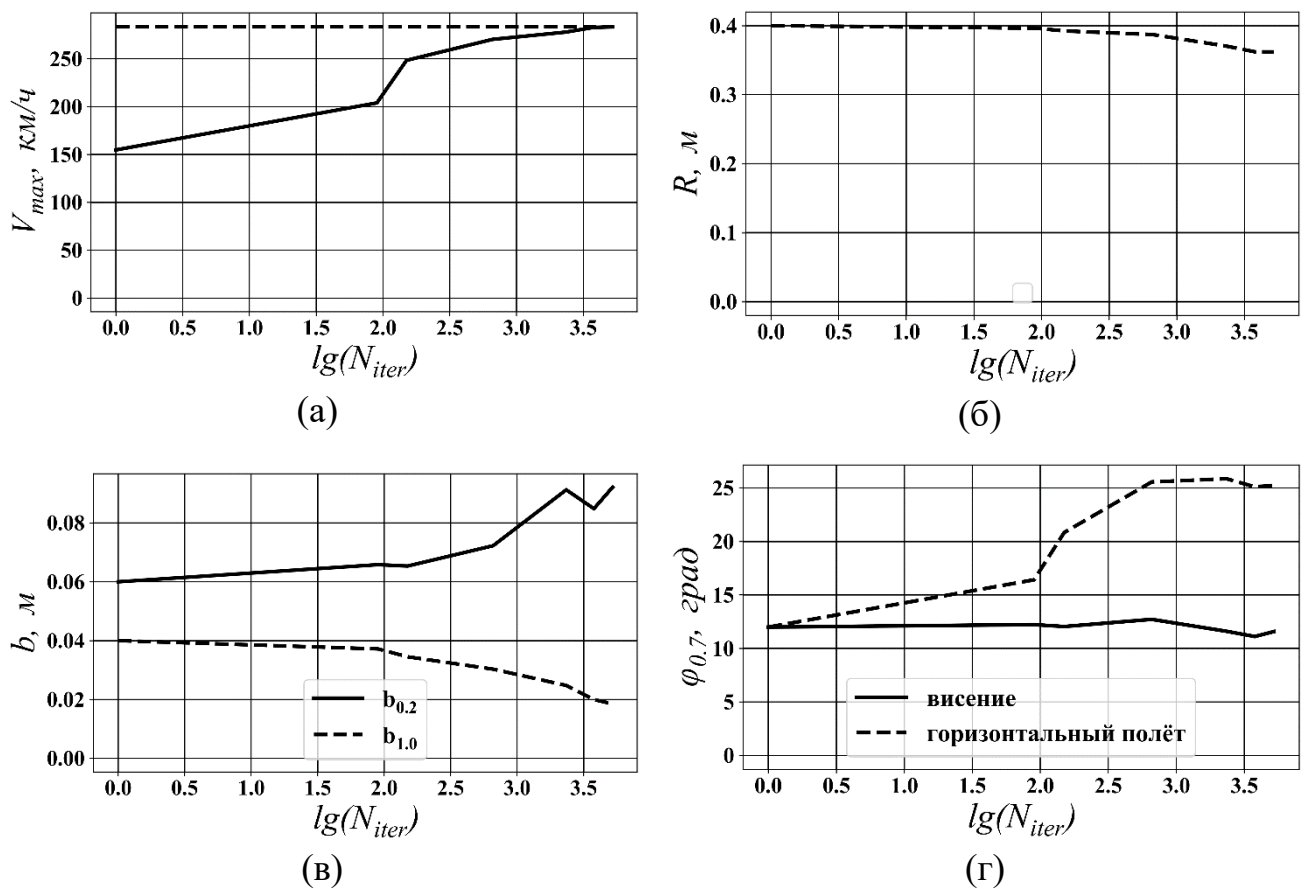


Рисунок 3.12 – Зависимости целевой функции и конструктивных параметров от числа итераций в ходе оптимизации ВИШ:

а – максимальная скорость; б – радиус винта; в – хорды в сечениях  $\bar{r}=0.2$  и 1.0;

г – углы установки лопастей на режиме висения и в горизонтальном полёте

оптимизации. Алгоритм приводит к такому сочетанию конструктивных параметров, при котором максимальная скорость полёта составляет 283 км/ч.

Начальные приближения углов установки лопастей были выбраны одинаковыми, видно, как их значения быстро расходятся на первых итерациях (Рисунок 3.12 г). Углы установки лопастей в горизонтальном полёте быстро увеличиваются, в режиме работы «на месте» – меняются незначительно.

Поскольку продувки оптимизированных винтов в аэродинамической трубе не проводились, необходимо подтвердить корректность разработанной методики другим способом. Будем сравнивать расчётную максимальную скорость полёта БПЛА со штатным винтом с данными лётного эксперимента, который был проведён ранее. В ходе лётного эксперимента была достигнута скорость 164 км/ч. Высота полёта, параметры атмосферы, а также напряжение аккумуляторов на момент взлёта были известны. Аэродинамические характеристики ЛА получены по продувкам его модели в трубе. Геометрия штатного винта (Рисунок 3.13 а) была получена путём его измерений штангенциркулем и угломером, геометрия профиля

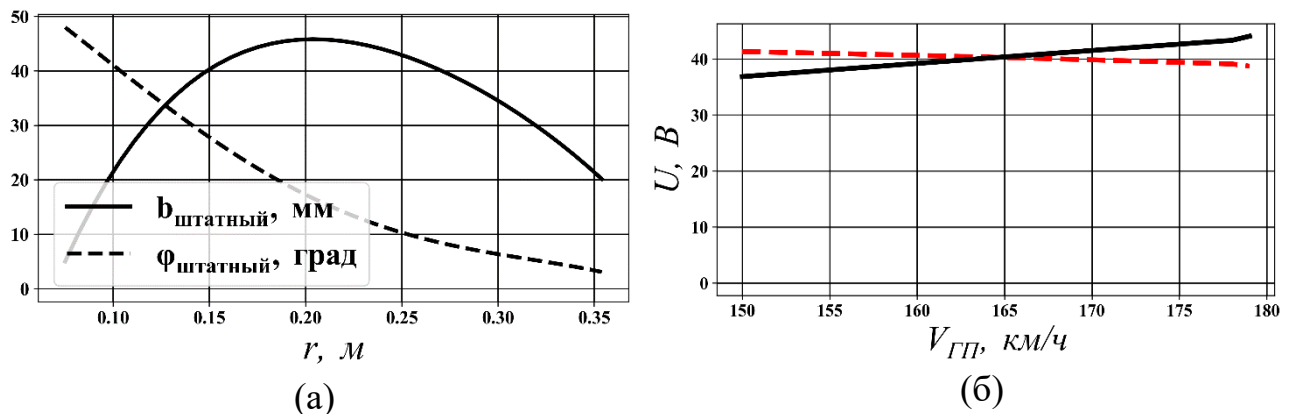


Рисунок 3.13 – Расчёт максимальной скорости с штатным винтом:

а – геометрия винта; б – потребное и располагаемое напряжения в зависимости от скорости полёта при  $U_{ном}=44.4$

лопастей – индикатором. Так как этот профиль не был идентифицирован, его аэродинамические коэффициенты были определены расчётным путём с помощью Xfoil [55] и затем использованы для аэродинамического расчёта винта. Максимальная скорость была рассчитана по разработанной методике и составила от 156 до 177 км/ч в зависимости от номинального напряжения АБ. Поскольку

напряжение не измерялось во время полёта, расчёт проводился для возможного диапазона напряжений от 42 до 48 В. При этом задача оптимизации решалась для напряжения 44.4 В. На Рисунке 3.13 б изображён расчёт максимальной скорости по напряжению, при этом номинальное напряжение принято равным 44.4 В. Видно, что расчёт при данном напряжении приводит к максимальной скорости, которая близка к экспериментальной. Экспериментальное и расчётные значения  $V_{max}$  для различных вариантов воздушных винтов приведены в Таблице 3.3.

*Таблица 3.3 – Расчётные и экспериментальные значения максимальной скорости полёта БПЛА для различных воздушных винтов*

Штатный ВФШ		Оптимизированные винты	
		ВФШ	ВИШ
$U_{ном}(I_{AB}=0), В$			
42-48		44.4	
$V_{max}, км/ч$			
Эксперимент		Расчёт	
164	156-177	204	283

### Заключение по Главе 3

Применение разработанной методики для решения задачи проектирования воздушного винта под существующий БПЛА-перехватчик, оснащённый электроприводом, показало возможность существенного увеличения его максимальной скорости по сравнению со штатным воздушным винтом (164 км/ч) при сохранении прежних взлётно-посадочных характеристик. Увеличение скорости может быть достигнуто как путём использования ВФШ до 204 км/ч, так и применением ВИШ. В последнем случае скорость полёта может быть увеличена до 283 км/ч.

## ГЛАВА 4 ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

### 4.1 Типовые технологические процессы

Технологии изготовления воздушных винтов БПЛА в зависимости от серийности конечного изделия можно разделить на три категории: технологии опытного, мелкосерийного и серийного производства [115]. Технологии, относящиеся к каждой из указанных категорий, приведены в Таблице 4.1.

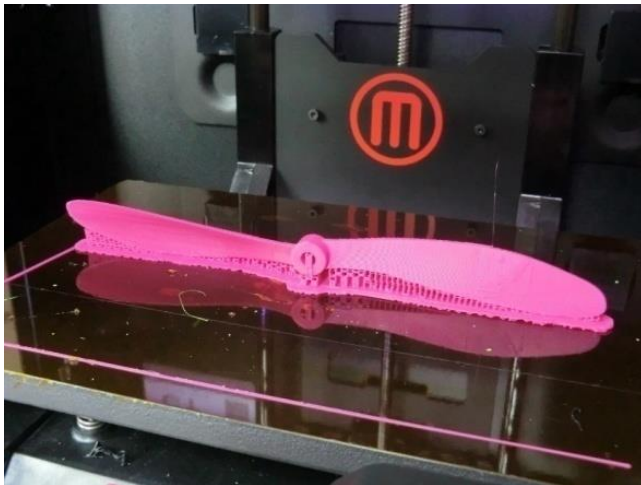
*Таблица 4.1 - Технологии изготовления воздушных винтов БПЛА*

Серийность производства	Опытное	Мелкосерийное	Серийное
Технологии	Аддитивные технологии	Формование	Литьё под давлением
	Механическая обработка		

К аддитивным технологиям относятся такие, как метод послойного наплавления (Рисунок 4.1 а), селективное лазерное спекание, лазерная стереолитография и другие [109-111]. Данные технологии могут быть использованы для быстрого прототипирования воздушного винта, предназначенного для последующих испытаний с целью подтверждения или коррекции его характеристик. Аддитивные технологии не требуют изготовления оснастки, позволяют изготовить прототип при минимальных затратах материала. Технологический процесс максимально автоматизирован и не требует вмешательства человека при условии корректных настроек. С помощью данных технологий выгодно изготавливать прототипы воздушных винтов малоразмерных БПЛА. Ограничениями для применения аддитивных технологий являются габариты экспериментальных моделей, поскольку стоимость оборудования для 3D-печати быстро растёт с увеличением размеров рабочего пространства, особенно в

случае *3D*-печати металлами. Поэтому часто опытный образец целесообразно изготавливать путём механической обработки.

Технология изготовления воздушного винта с помощью механической обработки (Рисунок 4.1 б) заключается в удалении лишнего материала заготовки путём её фрезерования на станке с числовым программным управлением (ЧПУ) по заданной программе. С помощью этой технологии можно изготавливать воздушные винты практически из любых конструкционных материалов: различных сортов дерева, полимеров, алюминиевых и стальных сплавов. Данная технология экономически обоснована при изготовлении опытных образцов, либо серийных изделий из легкообрабатываемых недорогих конструкционных материалов (древесина, пластик), обеспечивающих высокое качество поверхности.



(а)



(б)

Рисунок 4.1 – Технологии изготовления экспериментальных винтов БПЛА:  
а – *3D*-печать модели винта; б – фрезерование воздушного винта на станке с ЧПУ

Технологии формования [107-108] воздушного винта в целом или его лопастей целесообразно применять в случае серийного производства воздушного винта, работающего в сложных условиях нагружения. В отличие от первых двух технологий, для изготовления воздушного винта путём формования необходима сложная технологическая оснастка (пресс-форма). Пресс-форма (Рисунок 4.2 а)

обычно состоит из двух половин, имеющих рабочие поверхности, повторяющие верхнюю и нижнюю части внешнего обвода винта (лопасти). Пресс-форма имеет базирующие элементы (штифты и отверстия), а также отверстия для установки крепежа, стягивающего её половины.

В собранном виде рабочие поверхности пресс-формы образуют полость, повторяющую форму винта (лопасти). Пресс-форма может быть изготовлена из алюминиевых или стальных сплавов, а также из твёрдого модельного пластика (для малой серии). Технология формования воздушного винта заключается в закладке в пресс-форму армирующего материала, предварительно пропитанного связующим, после чего форма собирается и стягивается. После отверждения связующего форма разбирается, и из неё извлекается воздушный винт. Готовое изделие (Рисунок 4.2 б) требует незначительной доработки (снятия облоя и балансировки).

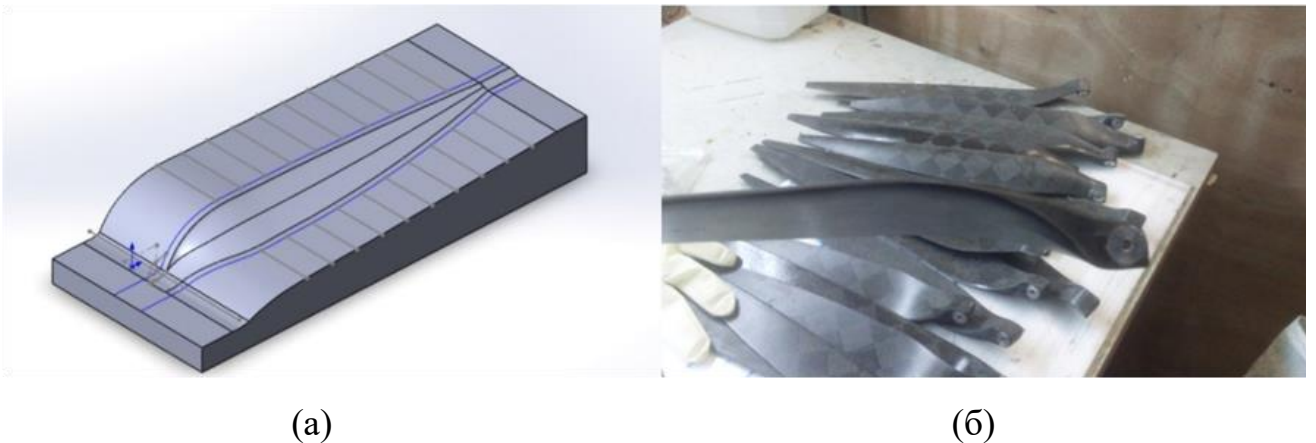


Рисунок 4.2 - Изготовление лопастей воздушного винта методом формования для прототипа №1 БПЛА СКБ АМ МАИ:

а - электронный макет половины пресс-формы; б - готовые углепластиковые лопасти

В конструкциях воздушных винтов, разработанных с учётом их максимального облегчения, может быть предусмотрен лёгкий наполнитель, находящийся внутри лопасти между двумя внешними слоями композитной обшивки. В этом случае для формования воздушного винта необходимо предварительное изготовление наполнителя путем фрезерования на станках с ЧПУ.



В случаях мало- и средненагруженных воздушных винтов, выпускаемых крупной серией, целесообразно применять более высокопроизводительный метод изготовления. Таким методом является литьё под давлением [115]. Оснастка, необходимая для данной технологии, по конструкции практически идентична пресс-формам (Рисунок 4.3 а), однако имеет литниковую систему и изготавливается из более прочных материалов (обычно сталь). Технология заключается в подаче термопластичного полимера в форму под высоким давлением с последующим охлаждением и извлечением готового изделия. Данная технология позволяет массово получать изделия высокого качества (Рисунок 4.3 б), однако экономически нецелесообразна при малых сериях или штучном производстве. Кроме относительно дорогой оснастки, литьё под давлением требует применения дорогостоящего термопластавтомата.

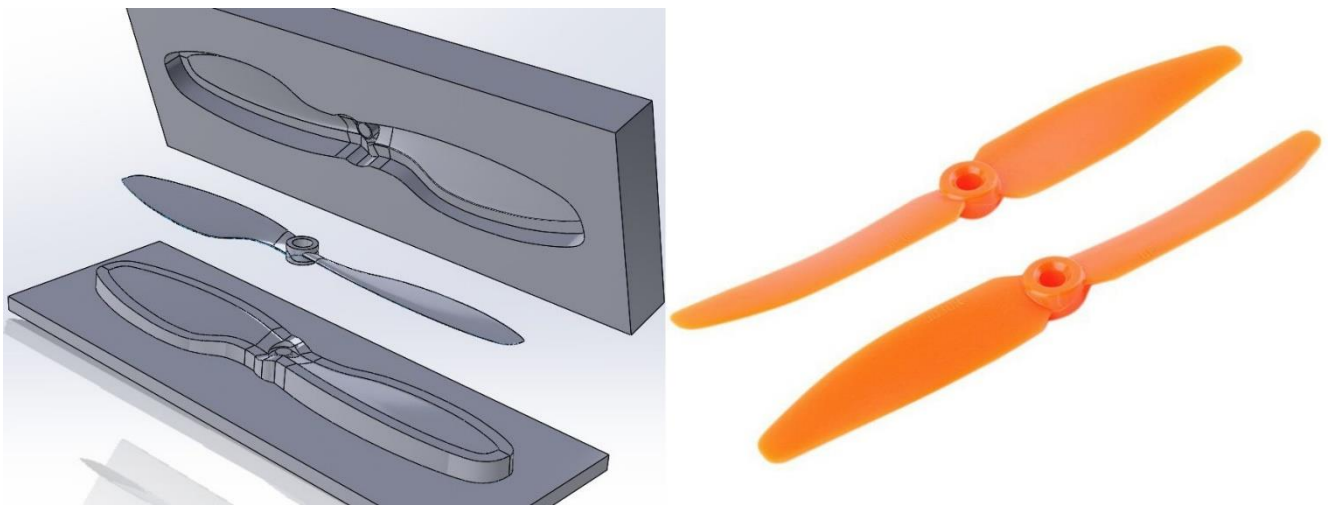


Рисунок 4.3 – Литьё пластмассовых воздушных винтов под давлением

Процесс изготовления воздушного винта БПЛА состоит из следующих основных этапов:

1. Создание электронного макета воздушного винта.

При построении электронного макета воздушного винта используется большое количество повторяющихся типовых операций: построение плоскости, построение профиля сечения (сплайна) по точкам, построение направляющих между сечениями, создание поверхности по сечениям. Данный подход позволяет

автоматизировать процесс построения лопасти и перестраивать электронный макет высокой детализации практически мгновенно, используя свойства пространственных параметрических моделей. Для создания электронного макета экспериментального воздушного винта (Глава 1) использовалась САПР *SolidWorks 2016* [112].

2. Проектирование и создание электронных макетов технологической оснастки.

Если воздушный винт изготавливается с помощью аддитивных технологий, процесс проектирования технологической оснастки обычно встроен в САМ-системы, предназначенные для автоматизации технологического процесса изготовления изделия. В таких системах предусмотрен автоматизированный алгоритм создания поддерживающих структур, препятствующих провисанию неподкреплённых элементов изделия. Поддержка лопастей воздушного винта (соты между изделием и столом 3D-принтера) показана на Рисунке 4.1а.

В случае изготовления воздушного винта путём механической обработки обычно используются трехкоординатные фрезерные станки с ЧПУ. Обработка изделий сложной формы на таких станках выполняется за две установки. При первой установке обрабатывается одна сторона изделия. При обработке второй стороны для базирования изделия необходимо предусмотреть базовые технологические напльвы и отверстия, изготавливаемые во время обработки первой стороны. Напльвы (Рисунок 4.4) выполняются на концах лопасти и соединяются с конечным изделием временными перемычками, которые удаляются после обработки второй стороны. В качестве базового отверстия при обработке второй стороны (при необходимости) удобно использовать центральное отверстие под вал.

При обработке второй стороны воздушный винт устанавливается в технологические приспособления, имеющие ответные пазы для технологических напльвов, а также поддерживающие элементы, исключаящие провисание изделия при обработке, если его собственной жёсткости не хватает.

При использовании технологии формования или литья под давлением,

создаются электронные макеты пресс-форм (Рисунки 4.2-4.3).

### 3. Изготовление технологической оснастки.

На данном этапе производится разработка директивной технологии обработки элементов оснастки и генерирование управляющей программы с помощью САМ-системы. После чего детали оснастки изготавливаются на станке с ЧПУ.



Рисунок 4.4 – Базовые технологические напльвы

### 4. Изготовление воздушного винта.

После проектирования и изготовления технологической оснастки воздушный винт либо фрезеруется, либо создаётся с помощью аддитивных технологий, либо формуется или изготавливается литьём с использованием соответствующей оснастки. Технология фрезерования экспериментального воздушного винта (Глава 1) разрабатывалась в системе *SolidCAM 2016* [113] (Рисунок 4.5), обработка (Рисунок 4.6) выполнялась на станке с ЧПУ фирмы *BZT*

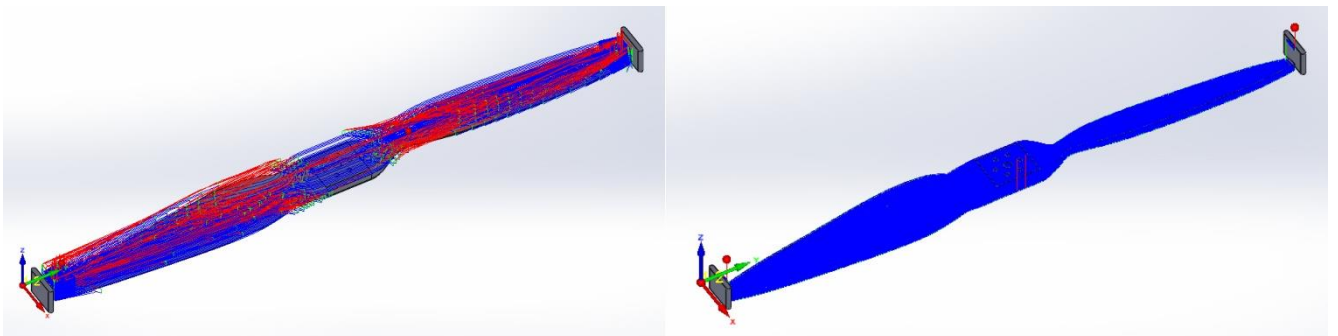


Рисунок 4.5 – Проектирование технологического процесса в *SolidCAM 2016*

серии *PFU-S*.



Рисунок 4.6 – Изготовление экспериментального винта ДПЛА методом фрезерования на станке с ЧПУ

#### 5. Доводка.

На этом этапе удаляется облой избыточного материала, при необходимости производится финишная обработка поверхностей воздушного винта (лопастей), а также его балансировка.

### **4.2 Влияние технологии изготовления на форму лопастей воздушного винта и его аэродинамические характеристики**

В ходе проектирования воздушного винта для экспериментального подтверждения его расчетных аэродинамических характеристик или для коррекции математической модели с последующим перепроектированием требуется изготовление одного или нескольких опытных образцов. Опытные образцы целесообразно изготавливать по упрощенной технологии, которая может вносить некоторые изменения в получаемую форму лопастей, и она может отличаться от теоретической, задаваемой в атласах аэродинамических профилей.

Геометрия опытного образца может отличаться и от геометрии серийного, изготавливаемого по более совершенной технологии, воспроизводящей форму лопасти с большей степенью точности, чем на опытном экземпляре. Например, у

этих образцов могут отличаться относительные толщины задней кромки лопасти. Утолщение задней кромки лопасти обычно присутствует и у серийных винтов, изготавливаемых из дерева (Рисунок 4.7) или пластмасс механической обработкой, а также с помощью аддитивных технологий или формованием при использовании оснастки из модельного пластика. Аналогичные проблемы имеют место и у винтов БПЛА малой размерности.

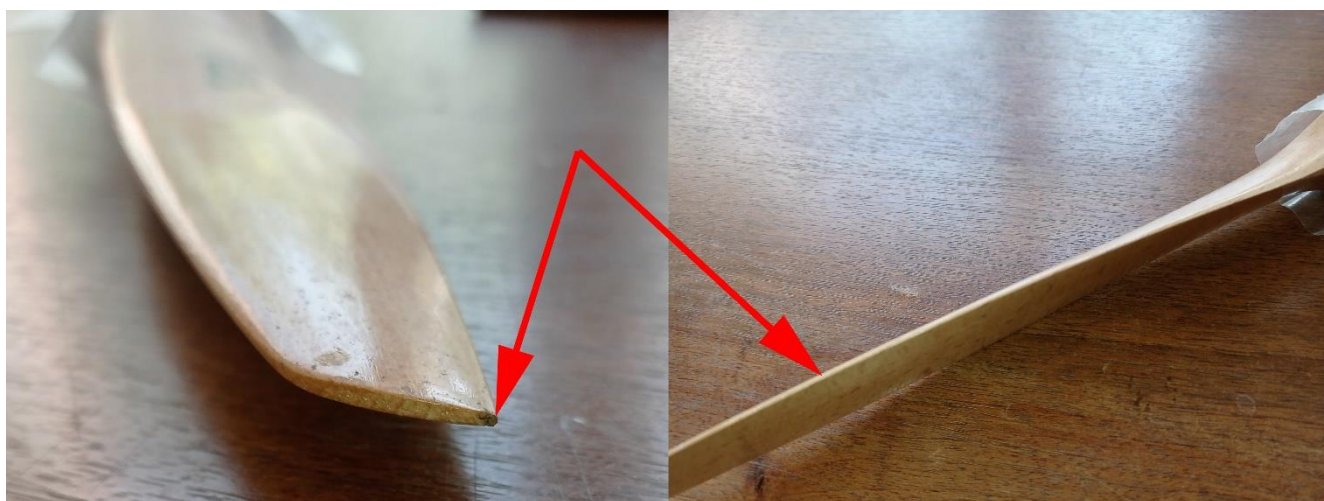


Рисунок 4.7 – Утолщение задней кромки лопастей деревянного воздушного винта

Отклонения от теоретического контура безусловно оказывают влияние на аэродинамические характеристики воздушного винта, но обычно не учитываются, поскольку в «большой» авиации они отсутствуют или не оказывают заметного влияния на реальные летно-технические характеристики аппарата. Но для воздушных винтов БПЛА это влияние может быть значительным и его необходимо учитывать, для чего в Главе 1 предложен соответствующий метод.

Для иллюстрации изменения аэродинамических характеристик профиля лопасти в зависимости от толщины задней кромки были выполнены расчёты введённой в Главе 1 поправки на коэффициенты аэродинамических сил  $C_{xa}$  и  $C_{ya}$  для профиля Eppler 387. Расчёты производились с помощью программы *XFoil* [55] для профиля с относительными толщинами задней кромки от 0 до 0.04 (Рисунок 4.8) с шагом 0.01.



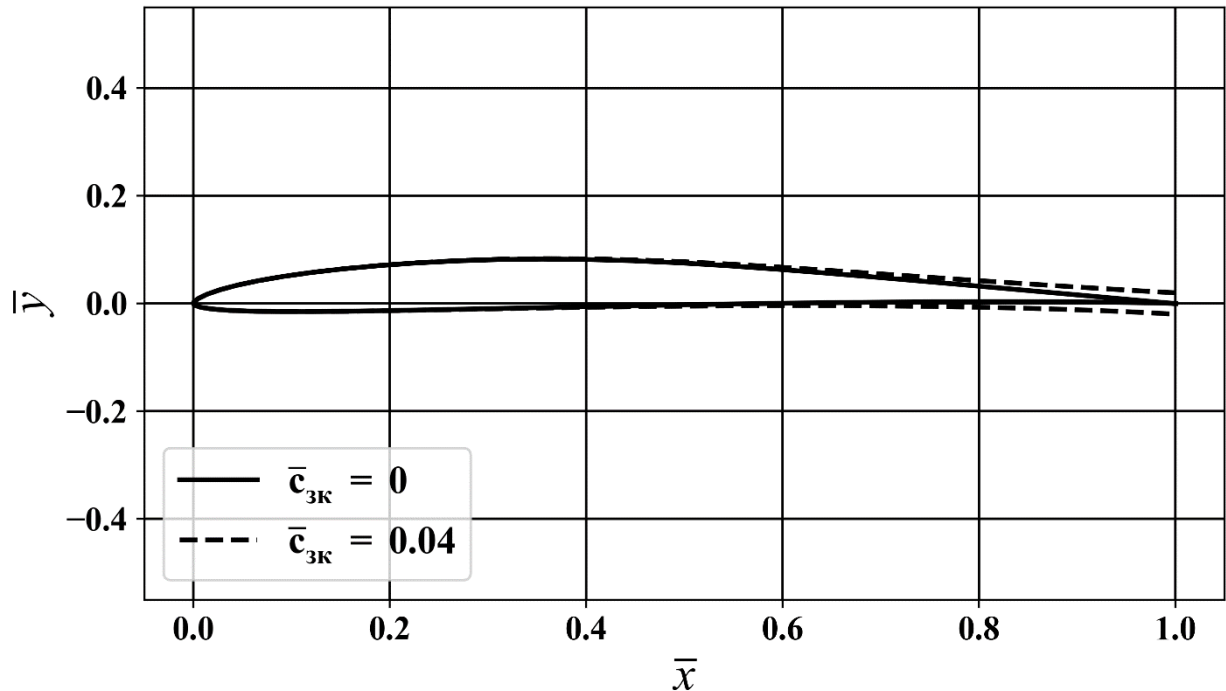


Рисунок 4.8 – Утолщение задней кромки профиля Eppler 387

Утолщение моделировалось путём увеличения координат верхней образующей профиля и уменьшения координат его нижней образующей на следующую величину, зависящую от расстояния до носка профиля:

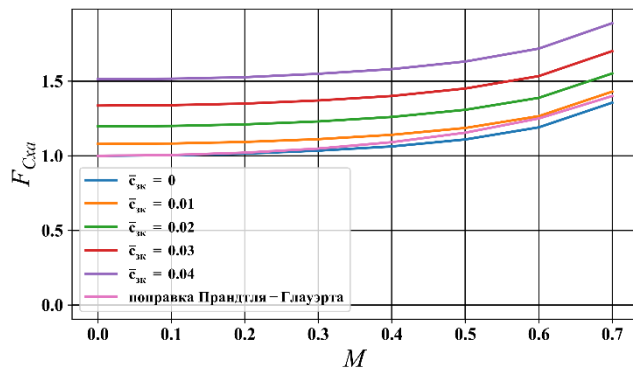
$$\Delta\bar{y} = 0.5\bar{c}_{zk}\bar{x}^3 \quad (4.1)$$

Данная функция обеспечивает плавный переход от исходного профиля к профилю с утолщённой задней кромкой. Результаты расчётов приведены на Рисунке 4.9 а виде поправок на коэффициент сопротивления  $F_{Cxa}(\alpha, M)$  и коэффициент подъемной силы  $F_{Cya}(\alpha, M)$  для углов атаки  $\alpha=1^\circ$  (Рисунок 4.9 а, б),  $\alpha=5^\circ$  (Рисунок 4.9 в, г) и  $\alpha=9^\circ$  (Рисунок 4.9 д, е) и чисел Маха в диапазоне от 0 до 0.7. Там же изображена поправка Прандтля-Глауэрта.

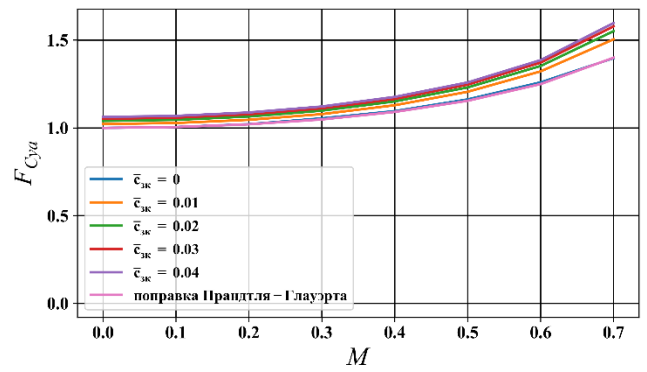
Анализ показывает, что поправки на утолщение задней кромки профиля оказывают существенное влияние на коэффициенты аэродинамических сил, в особенности на  $C_{xa}$  при числах Маха  $M > 0.4$ . Поправка Прандтля-Глауэрта этих факторов не учитывает в полной мере.

В Главе 1 на Рисунке 1.4 приведены результаты расчетов по учету влияния утолщения задней кромки профиля лопасти на аэродинамические характеристики

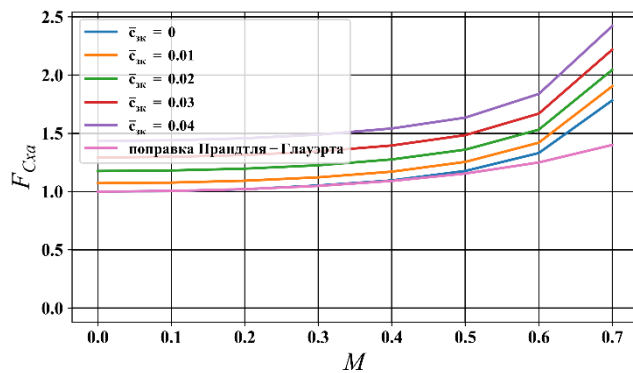
экспериментального винта в сопоставлении с экспериментальными данными. Там же, в Таблице 1.1 дана количественная оценка данного фактора.



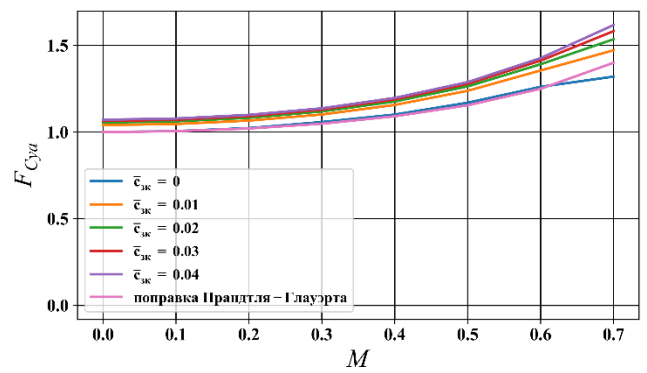
(а)



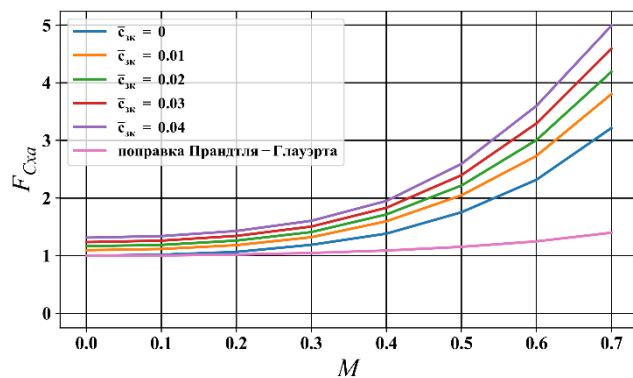
(б)



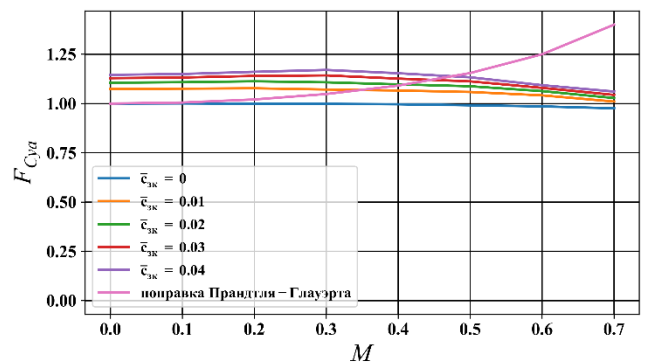
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 4.9 – Поправки на толщину задней кромки профиля Eppler 387 для различных углов атаки и чисел Маха:

а, в, д –  $F_{Cxa}(\alpha, M)$ ; б, г, е –  $F_{Cya}(\alpha, M)$

## ГЛАВА 5 ИСПЫТАНИЯ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ

Особенностью процесса разработки малоразмерных БПЛА является ограниченность выделяемых для решения этой задачи материальных и временных ресурсов в отличие от «большой» авиации [114]. Поэтому важно, чтобы методика испытаний силовой установки и её элементов позволяла получать необходимый результат при минимальных затратах.

В ходе оптимального проектирования электрической силовой установки БПЛА [118] необходимо выбрать электродвигатель и определить такие параметры воздушного винта, которые обеспечат оптимальные значения некоторого критерия, установленного техническим заданием (Глава 3). Для решения этой задачи необходимо иметь достоверную внешнюю характеристику двигателя - зависимость потребляемой двигателем электрической мощности от крутящего момента на валу и частоты его вращения. Эта зависимость индивидуальна для каждого электродвигателя.

В качестве электроприводов воздушных винтов БПЛА обычно используются бесколлекторные двигатели постоянного тока (БДПТ) с постоянными магнитами [97]. Существует три основных подхода, которые можно использовать для определения внешней характеристики электродвигателя [117]: экспериментальное определение, расчёт по аналитическим выражениям (2.1)-(2.3), численное моделирование работы электродвигателя.

**Первый подход** является самым надёжным, однако он неприменим на этапе выбора электродвигателя, поскольку экспериментальные характеристики производители либо не указывают, либо указывают только потребляемый ток и номинальное напряжение питающего аккумулятора при работе двигателя совместно с каким-либо воздушным винтом. При этом указываются только геометрические характеристики винта: шаг и диаметр. Очевидно, что по этим данным невозможно определить характеристики электропривода. Экспериментальный подход применим, когда двигатель уже выбран, и необходимо



точно определить его характеристики для уточнения оптимальных конструктивных параметров воздушного винта для конкретного БПЛА.

В литературе, посвящённой теории БДПТ [100], предлагается проводить испытания электродвигателей методом Прони. Другие методы основаны на загрузке электродвигателя различными устройствами, например, вторым электродвигателем. Однако эти методы неудобны при испытании БДПТ, поскольку предполагают использование конкретного оборудования для двигателей разного размера, требуют измерения избыточного числа величин, а также повышают риск выхода двигателя из строя, например, при блокировке вала.

**Второй подход** удобно применять на этапе подбора двигателя. Простая математическая модель (2.1) - (2.3) позволяет определять все необходимые характеристики электродвигателя по трём константам. На этом этапе может быть рассмотрено несколько вариантов двигателя, для каждого из которых подбираются оптимальные параметры воздушного винта. Выбирается двигатель, который совместно с спроектированным для него воздушным винтом обеспечивает максимальную эффективность работы всей силовой установки.

В Главе 2 показано, что данная математическая модель позволяет получить достоверные характеристики электропривода, если входящие в неё параметры указаны корректно. Это условие часто не выполняется, поскольку производители электродвигателей в основном ориентированы на любительский авиамодельный рынок. Поэтому выбор электропривода по данным производителя зачастую может быть только ориентировочным. Для получения достоверных характеристик винтомоторной группы (ВМГ) необходимо проводить испытания выбранного электропривода, после чего корректировать геометрию винта.

**Третий подход** применим при индивидуальном проектировании силовой установки в целом под конкретный БПЛА. В этом случае определяются все конструктивные параметры как двигателя, так и воздушного винта. Этот подход не может быть применён на этапе выбора электродвигателя из имеющегося ряда, поскольку производители БДПТ, применяемых на БПЛА, не указывают их конструктивные параметры. Когда двигатель уже приобретен, изучать его

конструкцию и моделировать работу нецелесообразно, поскольку проще и надёжнее определить его характеристики из эксперимента. Единственной величиной, которую можно подбирать для двигателя, не вдаваясь глубоко в его рабочие процессы, является коэффициент  $K_V$  (Глава 2).

Когда параметры электропривода и БПЛА известны, а воздушный винт спроектирован с их учётом, необходимо экспериментальное подтверждение соответствия его характеристик результатам расчёта на основных режимах полёта. Поскольку разрабатываемая методика испытаний ориентирована на снижение временных и финансовых затрат, необходимо рассмотреть такие методики, которые позволят получить необходимые характеристики винта без создания дорогостоящих стендов и продувок в аэродинамической трубе.

### 5.1 Испытания электроприводов

Для определения характеристик электродвигателя необходимо измерить потребляемую им электрическую мощность при различных значениях оборотов и крутящего момента на валу. Для решения этой задачи была разработана методика, позволяющая проводить испытания электропривода без прямого измерения крутящего момента на валу. Она заключается в загрузке электродвигателя с помощью специальной калиброванной крыльчатки [117] с известной моментной характеристикой. Методика была использована при испытаниях двух двигателей фирмы *Hacker* [122].

Для загрузки по крутящему моменту были изготовлены две крыльчатки. Каждая крыльчатка состоит из алюминиевой ступицы и двух закреплённых на её концах дисков. Размеры загрузочной крыльчатки двигателя *E50-M 2,5D kv1430* указаны на Рисунке 5.1. Крыльчатка второго двигателя имеет аналогичную конструкцию, но большие размеры. Изменение загрузки двигателя обеспечивалось набором дисков различного диаметра  $d$ . Диски малой крыльчатки были изготовлены из стеклотекстолита, а большой - из алюминиевого сплава.

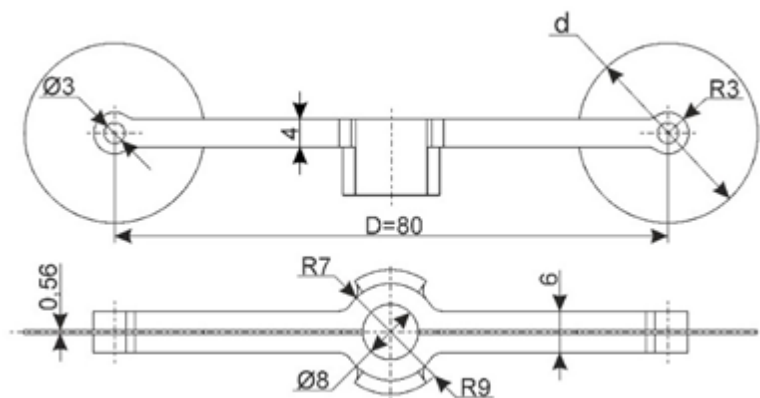
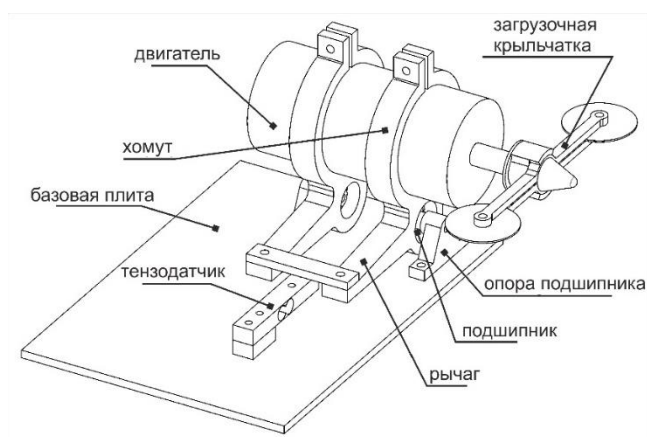
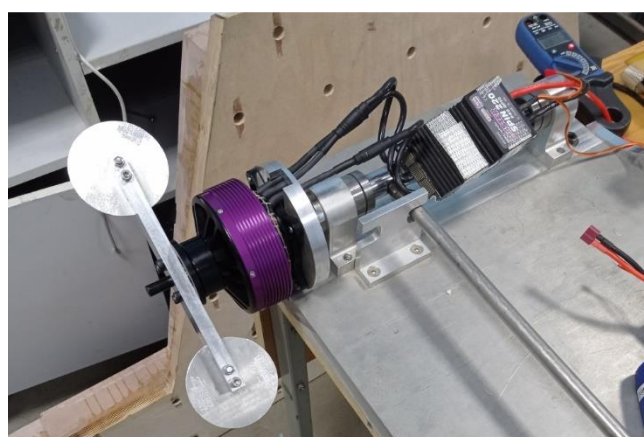


Рисунок 5.1 – Загрузочная крыльчатка

Испытания двигателя *E50-M 2,5D kv1430* проводились на стенде, изображённом на Рисунке 5.2а. Стенд представляет собой плиту, на которой установлены подшипниковые опоры кронштейна двигателя и тензодатчик. Кронштейн устанавливается на опорах и может беспрепятственно вращаться вокруг оси, параллельной оси двигателя. Кронштейн двигателя имеет рычаг, который свободным концом давит на тензодатчик. Реактивный момент вычисляется умножением измеренной силы на плечо рычага. В опорах используются специальные подшипники с минимальным моментом трения. Детали стенда двигателя *E50-M 2,5D kv1430* выполнены из пластика.



(а)



(б)

Рисунок 5.2 – Испытательные стенды электродвигателей *Hacker*:

а - двигатель *E50-M 2,5D kv1430*; б - двигатель *Q100-6M kv168*

Стенд двигателя *Q100-6M kv168* имеет аналогичную конструкцию, но его элементы изготовлены из металла (Рисунок 5.2 б).

На входе контроллеров обоих двигателей с помощью амперметра и вольтметра измерялись ток  $I_{AB}$  и напряжение  $U_{AB}$ . Обороты двигателя *E50-M 2,5D kv1430* определялись путём замера частоты тока в обмотках. Обороты двигателя *Q100-6M kv168* измерялись оптическим тахометром.

Питание двигателя *E50-M 2,5D kv1430* осуществлялось от импульсного блока питания напряжением 48 В. Питание двигателя *Q100-6M kv168* осуществлялось от аккумулятора с номинальным напряжением 44,4 В.

### Методика испытаний электропривода

В первую очередь необходимо сравнить значения  $K_V$ ,  $I_0$  и  $R_a$  с данными производителя. Величины  $K_V$  и  $I_0$  можно найти с достаточной точностью по результатам испытаний электродвигателя на холостом ходу, поскольку падение напряжения на обмотках на этом режиме  $R_a I_0$  пренебрежимо мало.

При полном «газе» ( $U=U_{AB}$ ,  $I=I_{AB}$ ) без нагрузки ( $M_{ЭД}=0$ ) контроллер устанавливает скважность широтно-импульсной модуляции равную 100%, при этом,  $K_V$  равно отношению  $\Omega$ , об/мин к  $U_{AB}$ , В. Ток холостого хода в этом случае равен величине  $I_{AB}$ .

Далее на стенде проводятся испытания двигателя с крыльчаткой и сменными дисками, в ходе которых измеряются  $U_{AB}$ ,  $I_{AB}$  и вычисляется суммарное сопротивление  $R_a + \Delta R_{контр}$ , которое можно найти из формулы (2.4):

$$R_a + \Delta R_{контр} = \frac{\pi K_V U - 30\omega}{\pi K_V I} \quad (5.1)$$

В (5.1)  $\omega$  входит в рад/с, ток  $I$  определяется по формуле (2.2), а напряжение  $U$  можно выразить из формулы (2.18):

$$U = \frac{I_{AB} U_{AB}}{I} \quad (5.2)$$

Сопротивление  $R_a + \Delta R_{контр}$  находится для различных оборотов и моментов на валу, после чего осредняется. Все испытания необходимо проводить на установившихся режимах, когда температуры подшипников и обмоток достигли

постоянных значений. При этом должны соблюдаться ограничения, указанные в Главе 2.

Для более точного определения  $K_V$ ,  $I_0$  и  $R_a$  математическую модель электропривода, описываемую уравнениями (2.1), (2.4), (2.18), можно идентифицировать с помощью метода наименьших квадратов путём минимизации отклонений измеренных значений  $M_{ЭД}$ ,  $I_{АБ}$ ,  $\omega$  от рассчитанных.

### Методика испытаний двигателя без стенда

Создание измерительного стенда требует материальных и временных затрат. Для малых и больших двигателей необходимо делать разные стенды, что затрудняет проведение испытаний. Однако, при известном коэффициенте  $m_{кр}$  крутящий момент крыльчатки  $M_{кр}$  можно не измерять, а вычислять по известным оборотам:

$$M_{кр} = 0.5m_{кр} \pi \rho \omega^2 R^5, \quad (5.3)$$

где  $R=0.5D$  [м] – радиус крыльчатки,  $D$  [м] – диаметр крыльчатки (расстояние между центрами дисков) (Рисунок 5.1). В этом случае можно ограничиться только изготовлением загрузочной крыльчатки.

Аэродинамические характеристики крыльчатки, изображённой на Рисунке 5.1, были получены из экспериментов. На Рисунке 5.3 изображены экспериментальные зависимости коэффициента крутящего момента крыльчатки  $m_{кр}$  от числа Рейнольдса при нескольких относительных диаметрах дисков  $d/D$ . Число Рейнольдса вычислялось по формуле:

$$Re = 0.5D\omega d / \nu, \quad (5.4)$$

где  $d$  [м] – диаметр дисков,  $\nu$  [м<sup>2</sup>/с] – кинематическая вязкость воздуха. Анализ показывает, что коэффициент момента крыльчатки  $m_{кр}(Re, d/D)$  автомоделен по числу Рейнольдса и зависит только от относительных размеров дисков  $d/D$ .

На Рисунке 5.4 точками обозначена экспериментальная зависимость коэффициента момента крыльчатки от относительного диаметра диска при числах  $Re \geq 35000$ . Данная зависимость была аппроксимирована с помощью метода

наименьших квадратов следующей функцией:

$$m_{кр} = 0.0106382 + 10.97(d / D)^{2.735} . \quad (5.5)$$

Зависимость (5.5) изображена на Рисунке 5.4 сплошной линией.

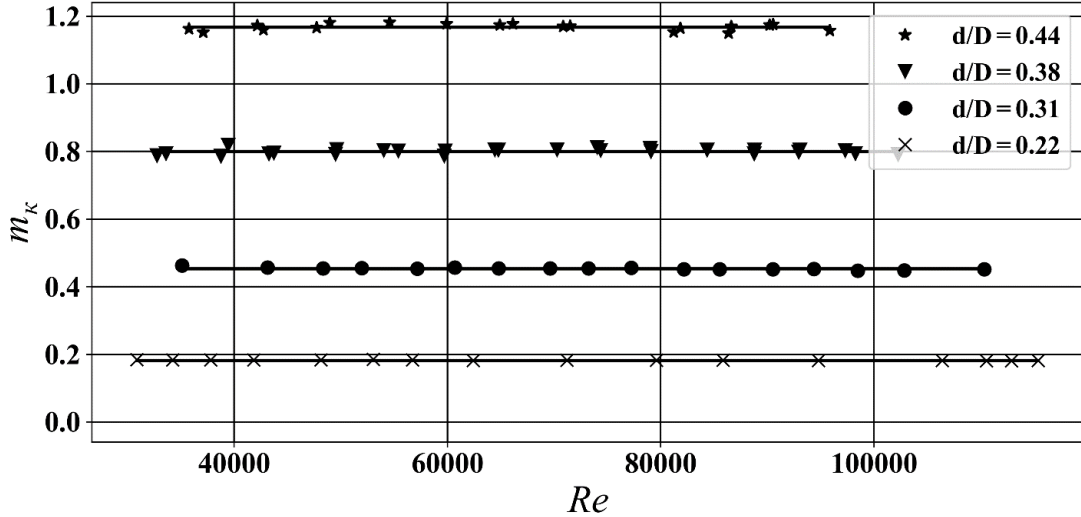


Рисунок 5.3 – Экспериментальные зависимости коэффициентов крутящего момента грузочной крыльчатки при различных  $d/D$  и  $Re$

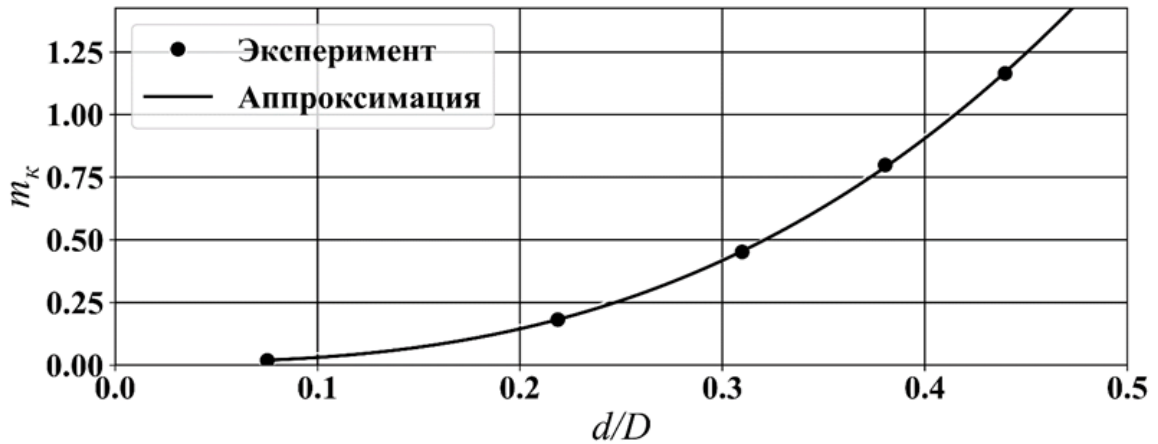


Рисунок 5.4 – Зависимость коэффициента момента грузочной крыльчатки от относительного диаметра её дисков

### Результаты испытаний двигателя *E50-M 2,5D kv1430*

В результате испытаний двигателя *E50-M 2,5D kv1430* на холостом ходу были получены значения тока холостого хода  $I_0$  и скоростной константы  $K_V$ . На Рисунке 5.5 изображены экспериментальная зависимость  $I_0$  от оборотов, среднее значение

$I_0$ , а также величина  $I_0$ , заявленная производителем. Видно, что величина тока холостого хода  $I_0$  для данного двигателя не зависит от оборотов, а его экспериментальное значение существенно отличается от заявленного производителем.

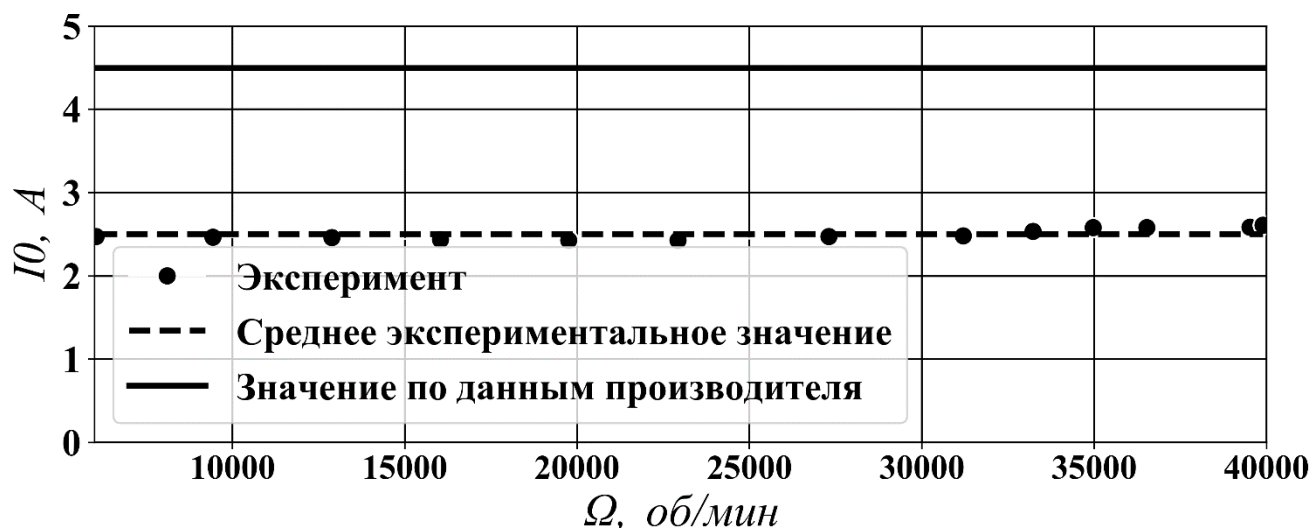


Рисунок 5.5 – Экспериментальные и заявленные производителем зависимости тока холостого хода двигателя *E50-M 2,5D kv1430*

На Рисунке 5.6а изображены экспериментальные и расчётные значения крутящего момента  $M_{эд}$  в зависимости от разности расчётного тока в обмотках электродвигателя  $I$  и тока холостого хода  $I_0$ , полученные по данным производителя ( $I_0=4.5$  А,  $K_V=1430$  об/(мин×В) при  $R_a=0.009$  Ом). Экспериментальные точки при одинаковых значениях коэффициента момента грузочной крыльчатки обозначены однотипными маркерами. Расчеты момента  $M$  выполнялись по формуле (5.3) и описываются прямой линией, проходящей через начало координат. Соответствующие значения оборотов  $\omega$  вычислялись по формуле (5.2), в которую входит сопротивление обмоток  $R_a$ . Видно, что имеет место расхождение результатов расчета и эксперимента.

На Рисунке 5.6б изображены те же зависимости, но полученные по экспериментальным данным ( $I_0=2.5$  А,  $K_V=1651$  об/(мин×В) при  $R_a+\Delta R_{контр}=0.05$

Ом). Сравнение показывает, что увеличение сопротивления обмотки до 0.05 Ом приводит к совпадению расчетных и экспериментальных зависимостей.

Следует отметить, что разделение сопротивлений  $R_a$  и  $\Delta R_{\text{контр}}$  не производилось. Для этого необходимо провести эксперимент с двумя двигателями, имеющими разные сопротивления, и одним контроллером. Если же двигатель используется с одним контроллером, эти величины можно не разделять.

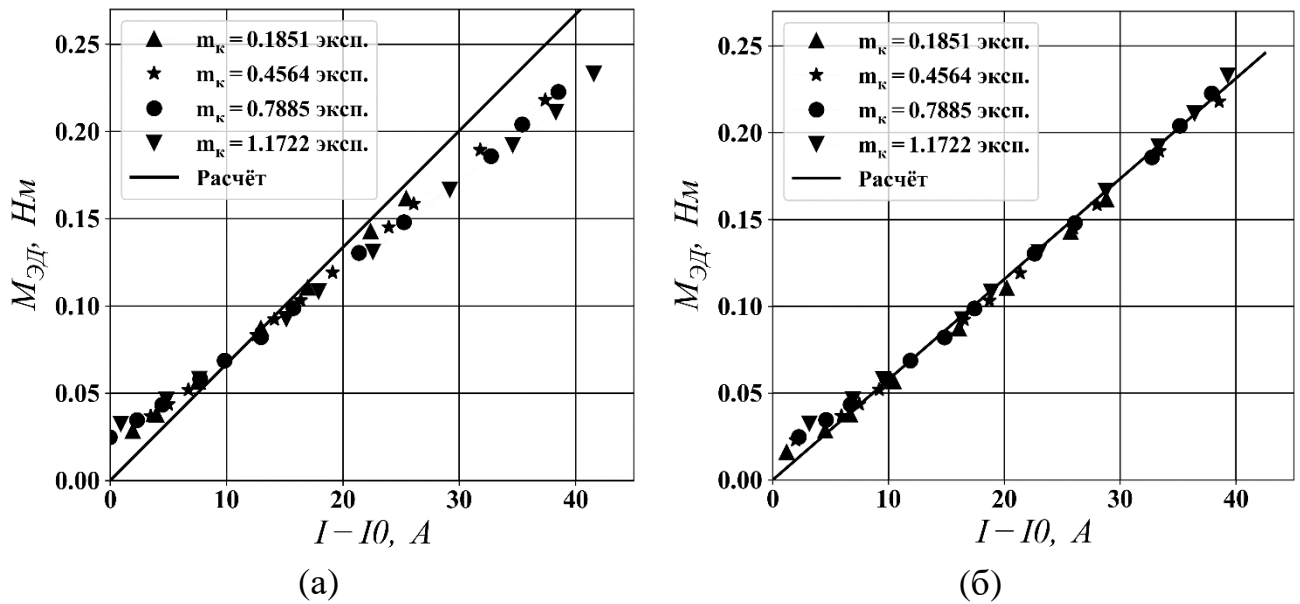


Рисунок 5.6 – Расчётные и экспериментальные зависимости крутящего момента от тока двигателя *E50-M 2,5D kv1430* при разных наборах значений  $I_0$ ,  $K_V$  и  $R_a$ :

а – по данным производителя; б – по экспериментальным данным

### Результаты испытаний двигателя *Q100-6M*

На Рисунке 5.7 изображена зависимость  $I_0$  двигателя *Q100-6M* от оборотов, среднее значение  $I_0$ , а также величина  $I_0$ , заявленная производителем. Видно, что и для этого двигателя имеет место несовпадение данных производителя и полученных при испытаниях, обусловленное неточным заданием значения  $R_a$ .

Получим его значение по изложенной выше методике. На Рисунке 5.8 а изображены экспериментальные и расчётные значения крутящего момента  $M_{\text{ЭД}}$ , полученные по данным производителя ( $I_0=3.16$  А,  $K_V=168$  об/(мин×В) при  $R_a=0.0049$  Ом) в зависимости от разности расчётного тока на обмотках  $I$  и тока



холостого хода  $I_0$ . На Рисунке 5.8б изображены зависимости, полученные по экспериментальным данным ( $I_0=10.5$  А,  $K_V=186$  об/(мин×В) при  $R_a=0.05$  Ом). Здесь

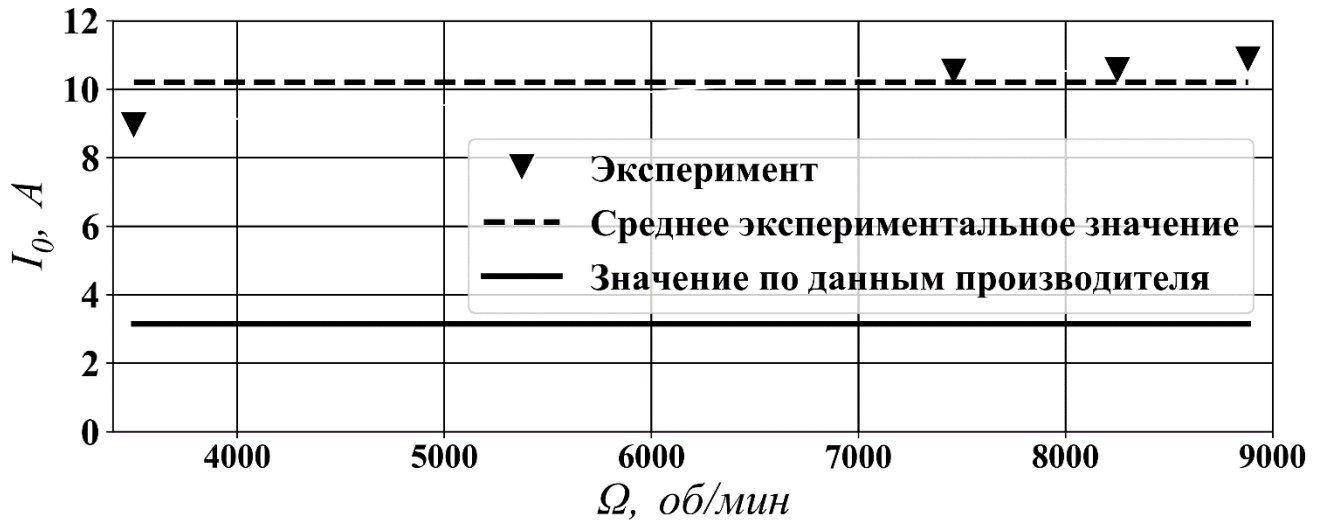


Рисунок 5.7 – Экспериментальные и заявленные производителем зависимости тока холостого хода двигателя  $Q100-6M$

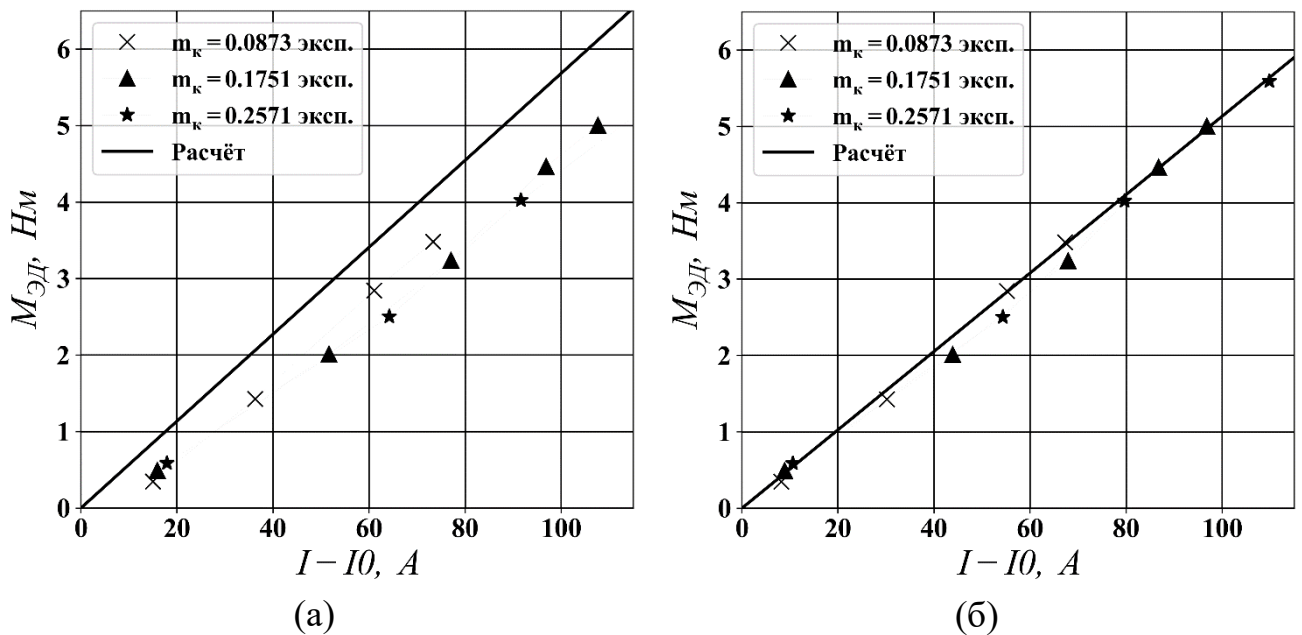


Рисунок 5.8 – Расчётные и экспериментальные зависимости крутящего момента двигателя  $Q100-6M$  от тока при разных наборах  $I_0$ ,  $K_V$  и  $R_a$ :

а – по данным производителя; б – по экспериментальным данным

также экспериментальные точки, полученные при постоянном значении

коэффициента момента загрузочной крыльчатки, обозначены одинаковыми маркерами.

Видно, что и для этого двигателя увеличение сопротивления обмотки до 0.05 Ом приводит к совпадению расчетных и экспериментальных внешних характеристик.

### Анализ результатов испытаний

Исследования показали, что у двигателя *E50-M 2,5D kv1430* в диапазоне оборотов от 6000 до 40000 об/мин ток холостого хода  $I_0$  практически не меняется (Рисунок 5.5), но его среднее значение в 1.8 раза меньше, указанного производителем. Величина  $K_v$  оказалась в 1,15 раза больше значения, указанного производителем. Вычисленное сопротивление обмоток двигателя получилось в 5.5 раз больше указанного производителем, что может частично объясняться потерями в использованном контроллере двигателя. Установлено расхождение на  $\delta = 45\%$  крутящего момента, рассчитанного по данным производителя, с экспериментом (Рисунок 5.6а). При увеличении сопротивления обмотки наблюдается удовлетворительное совпадение расчёта с экспериментом, особенно при значениях  $I - I_0 > 10$  А (Рисунок 5.6б).

У двигателя *Q100-6M kv168* в диапазоне оборотов от 3600 до 9300 об/мин ток холостого хода  $I_0$  двигателя незначительно возрастает (Рисунок 5.7), но его среднее значение в 3,3 раза больше, указанного производителем. Величина  $K_v$  в 1,11 раза больше, указанной производителем. Вычисленное сопротивление обмоток двигателя  $R_a$  получилось в 10 раз больше, указанного производителем, что также можно частично объяснить потерями в установленном контроллере двигателя.

Выявленные расхождения между параметрами электродвигателей, заявленными производителем и полученными из эксперимента можно объяснить ориентацией выбранного производителя на авиамодельный рынок, где подбор силовой установки осуществляется скорее из интуитивных соображений, при этом наличия точных характеристик электродвигателя не требуется.

В целом математическая модель (2.1)–(2.3) при использовании экспериментальных значений  $K_v$ ,  $I_0$  и  $R_a$  приводит к незначительным отклонениям

расчётных значений тока, напряжения и крутящего момента от оборотов, полученных в испытаниях.

## 5.2 Испытания воздушных винтов

Классическим методом испытаний воздушных винтов самолётов являются продувки моделей винтов в аэродинамической трубе. Испытания воздушных винтов малоразмерных БПЛА часто можно проводить, используя натурные образцы, что позволяет соблюсти все критерии подобия и исключает необходимость пересчёта результатов испытаний на натурные условия.

Для проведения испытаний воздушных винтов в аэродинамической трубе необходимы винтовые приборы, устанавливаемые на аэродинамических весах. Следует иметь в виду, что силы и моменты, действующие на воздушный винт малоразмерного БПЛА, могут быть настолько малы, что для их фиксации необходимо оснащать винтовой прибор собственной измерительной системой, поскольку аэродинамические весы трубы в этом случае не могут их точно зафиксировать.

При испытаниях воздушного винта, работающего на осевых режимах, необходимо измерять силу тяги винта, крутящий момент на валу и обороты. В рамках диссертационного исследования для подтверждения достоверности разработанных математических моделей воздушного винта был применен упомянутый выше стенд, изготовленный в СКБ АМ МАИ (Рисунок 5.3б). Для измерения силы тяги винта он оснащён съёмным тензодатчиком. Однако, такой стенд может быть использован только для испытаний винтов в режиме работы «на месте» (Рисунок 5.9), поскольку не предназначен для размещения в аэродинамической трубе. Трубные винтовые приборы должны быть компактными и обтекаемыми, что усложняет их конструкцию в случае встраиваемых тензодатчиков.

В случае электроприводных воздушных винтов задачу можно упростить, получая значения крутящего момента на валу винта расчётным путём по формулам



(a)

(б)

Рисунок 5.9 – Винтовые приборы СКБ АМ МАИ:

а - для трубных испытаний; б - для статических испытаний

(2.1), (2.4) - (2.18) математической модели электропривода. Отказ от использования датчика крутящего момента существенно упрощает и удешевляет конструкцию винтового прибора, а также уменьшает время, необходимое на его изготовление.

Частные компании или небольшие подразделения государственных учреждений, занимающиеся разработкой БПЛА, могут не иметь доступа к аэродинамическим трубам или обладать ограниченным бюджетом, который не позволяет проводить такие испытания под заказ. В данных случаях упрощение методики испытаний воздушных винтов электроприводных БПЛА может быть достигнуто за счёт проведения испытаний альтернативными методами. Такими методами могут быть испытания на подвижном стенде, установленном на автомобиле (Рисунок 5.10), либо лётные испытания непосредственно на БПЛА, что в случае малоразмерных БПЛА может быть существенно быстрее и дешевле продувок в трубе, даже с учётом риска возникновения аварийной ситуации.

Конструкция подвижного испытательного стенда аналогична винтовому прибору, используемому для трубных испытаний, и отличается наличием узлов крепления к автомобилю. Стенд должен быть удалён на достаточное расстояние от корпуса автомобиля для минимизации интерференции. Испытания проводятся на

ровной прямой площадке, позволяющей выдерживать заданную скорость в течение времени, необходимого для проведения замеров. Испытания необходимо проводить в хорошую погоду при минимальном ветре.

При проведении лётных испытаний воздушного винта в качестве летающей лаборатории (ЛЛ) может использоваться непосредственно тот ЛА, под который проектируется воздушный винт, или другой ЛА (более дешёвый, с меньшими габаритами). В последнем случае аэродинамическое сопротивление ЛЛ должно быть равно сопротивлению проектируемого аппарата. Добиться выполнения данного условия можно путём установки на ЛЛ дополнительных тормозных устройств по типу устанавливаемых на лёгких авиамоделях, предназначенных для полётов в помещении (Рисунок 5.11).



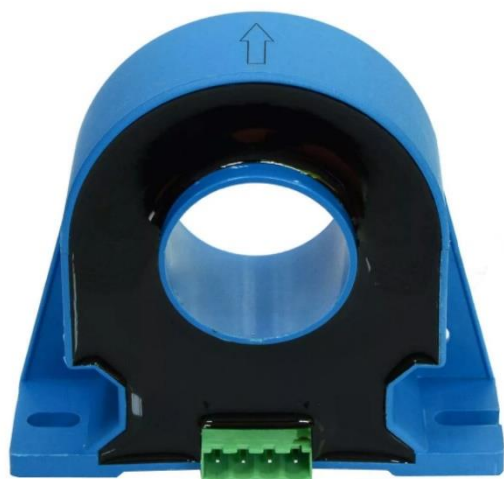
Рисунок 5.10 – Испытания воздушного винта на подвижном стенде



Рисунок 5.11 – Тормозные устройства для увеличения сопротивления ЛЛ

Летающую лабораторию необходимо оснастить датчиками тока и оборотов (Рисунок 5.12), а также датчиком напряжения и тензометрической площадкой крепления двигателя (моторамой), позволяющей замерять силу тяги винта. Телеметрия с установленных датчиков передаётся на наземный пункт управления или записывается.

Испытания воздушного винта проводятся при разных скоростях полёта с



(a)



(б)

Рисунок 5.12 – Бортовые датчики:

а - датчик тока, б - датчик оборотов

разными тормозными устройствами. Крутящий момент винта рассчитывается по вышеизложенной методике по замеренным значениям силы тока, оборотов и напряжения при известных на момент испытаний характеристиках электропривода.

### Заключение по Главе 5

Приведённые в данной главе методики испытаний электроприводов, воздушных винтов и винтомоторных групп в целом позволяют существенно упростить и удешевить проведение экспериментальных исследований БПЛА. Они основаны на использовании достоверных математических моделей внешних характеристик электроприводов, которые должны быть предварительно получены и идентифицированы по данным стендовых испытаний.

Для испытаний электроприводов без измерений крутящего момента на валу используются аэродинамические коэффициенты калиброванных крыльчаток, номенклатура которых должна соответствовать типоразмеру исследуемых электроприводов.

Предложенные методики проведения эксперимента апробированы на

электродвигателях *E50-M 2,5D Kv1430* и *Q100-6M Kv168*, приводивших во вращение воздушные винты фиксированного шага, которые были использованы для обоснования достоверности разработанных методик расчета аэродинамических характеристик винтов на режимах осевого обтекания и выбора оптимальных параметров их лопастей.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**Разработана методика проектирования электроприводных воздушных винтов беспилотных летательных аппаратов с учётом технологии изготовления и стендовых испытаний.**

**Основные научные результаты работы заключаются в следующем:**

1. Доработка методов расчёта индуктивных скоростей позволила уменьшить требуемое для решения этой задачи время в десятки раз по сравнению с существующими методами в зависимости от числа лопастей и режима работы воздушного винта.

2. Предложенная имитационная модель аэродинамических характеристик профилей позволила на 7 - 10% уменьшить отклонение расчётных аэродинамических характеристик воздушного винта от экспериментальных за счёт корректного учёта влияния сжимаемости и вязкости обтекания, а также технологического утолщения задней кромки относительно теоретического контура лопасти.

3. Разработаны быстродействующие методы и алгоритмы расчета аэродинамических характеристик изолированного воздушного винта с произвольной геометрической и аэродинамической компоновкой лопастей на режимах осевого обтекания, работающего совместно с электродвигателем.

4. Разработана методика проектирования оптимального воздушного винта под заданный критерий с учётом параметров электропривода и аэродинамических характеристик планера летательного аппарата, а также отличий фактического контура профиля лопастей от заданного в атласе, обусловленных технологией изготовления лопастей.

5. Методы и быстродействующие алгоритмы вычисления индуктивной скорости на основе лопастной вихревой теории воздушного винта позволили получить решение однокритериальной оптимизационной задачи по формированию законов изменения хорды и геометрической крутки по радиусу лопасти на



персональной ЭВМ средней производительности и обеспечить выполнение параметрических исследований на этапе проектирования БПЛА.

6. Разработанная методика стендовых испытаний электроприводов и летных испытаний воздушных винтов позволяет проводить их без непосредственного измерения крутящего момента.

7. Достоверность разработанных методик подтверждена результатами стендовых и летных испытаний винтомоторных групп и БПЛА в целом.

8. Применение разработанной методики для решения задачи оптимизации формы лопастей воздушного винта электроприводного БПЛА-перехватчика по критерию максимальной скорости позволило при фиксированных характеристиках исследуемого аппарата увеличить скорость его полета со 164 км/ч до 203 км/ч или 283 км/ч в зависимости от типа движителя.

### **Перспективы дальнейшей разработки темы**

Дальнейшее развитие предлагаемого подхода должно быть ориентировано на разработку эффективных методов расчёта воздушных винтов БПЛА на режиме косо́го обдува, включение в состав разработанной методики блока расчёта воздушного винта на прочность с учётом аэроупругих явлений, разработку методов автоматизированного проектирования электроприводных винтокрылых БПЛА.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Постановление Правительства Российской Федерации от 09.02.2023 № 190 «О Правительственной комиссии по вопросам развития беспилотных авиационных систем» [Электронный ресурс] // Официальный интернет-портал правовой информации: [сайт]. URL: <http://publication.pravo.gov.ru> (дата обращения: 05.06.2023).
2. Брусов В.С., Петручик В.П., Морозов Н.И. Аэродинамика и динамика полета малоразмерных беспилотных летательных аппаратов.-М.: МАИ-Принт,2010.-338 с.
3. Жуковский Н.Е. Вихревая теория гребного винта. - М.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1950. - 475 с.
4. Юрьев Б.Н. Импульсная теория воздушных винтов. - М.: Труды ВВИА, 1948. - 115 с.
5. Betz A., Prandtl L. Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust // Nachrichten d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften. - Göttingen: Math.-phys. Klasse, 1919. - P. 193-217.
6. Betz A. The Theory of the Screw Propeller // NACA Technical Note 83.-1922.-P.1-13.
7. Goldstein S. On the vortex theory of screw propellers // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. - 1929. - Vol. 123. - P. 440-465.
8. Glauert H. Airplane propellers // Division L in Aerodynamic Theory. Vol. 7. - Berlin: Springer, 1935. - P. 169-360.
9. Ветчинкин В.П., Поляков Н.Н. Теория и расчет воздушного гребного винта. - М.: Оборонгиз, 1940. - 520 с.
10. Майкапар Г.И., Лепилкин А.М., Халезов Д.В. Аэродинамический расчет винтов по лопастной теории // Труды ЦАГИ. - 1940. - №529. - С. 3-28.
11. Майкапар Г.И. Применение метода импульсов к исследованию воздушных винтов // Технические отчеты № 80. - М.: Изд. бюро новой техники НКАП, 1947. - С. 19-30.
12. Келдыш В.В. Проектирование и аэродинамический расчет воздушных винтов // Труды ЦАГИ. - 1946. - №588. - С. 1-30.

13. Theodorsen T. Theory of Propellers. - New York: McGraw-Hill, 1948. - 164 p.
14. Theodorsen T. Theory of propellers: I. Determination of the circulation function and the mass coefficient for dual-rotating propellers. - Hampton, VA: Langley Memorial Aeronautical Laboratory, 1944. - 52 p.
15. Остославский И.В., Матвеев В.Н. О работе винта, помещенного в кольцо // Труды ЦАГИ. - 1935. - №248. - С. 1-39.
16. Миль М.Л., Некрасов А.В., Браверман А.С., Гродко Л.Н., Лейканд М.А. Вертолеты, расчет и проектирование. Том 1. Аэродинамика. - М.: Машиностроение, 1966. - 229 с.
17. Келдыш В.В., Майкапар Г.И., Лепилкин А.М., Слуцкий А.И. Сборник работ по теории воздушных винтов. - М.: ЦАГИ, 1958. - 453 с.
18. Баскин В.Э., Вильдгрубе Л.С., Вожаев Е.С., Майкапар Г.И. Теория несущего винта. - М.: Машиностроение, 1973. - 364 с.
19. Шайдаков В.И. Исследование аэродинамических характеристик системы "Винт в кольце" на режимах висения и вертикального взлета: Аэродинамический расчет летающих платформ на этих режимах: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.07.01. - М., 1960.
20. Шайдаков В.И. Обобщенная дисковая вихревая теория и методы расчета аэродинамических характеристик несущих винтов вертолетов: автореф. дис. д-р. техн. наук: 05.07.01. - М., 1983.
21. Шайдаков В.И., Асеев В.И. Алгоритмы и программы расчетов при проектировании вертолетов. - М.: Изд-во МАИ, 1979. - 50 с.
22. Шайдаков В.И., Маслов А.Д. Аэродинамическое проектирование лопастей воздушного винта. - М.: Изд-во МАИ, 1995. - 69 с.
23. Петросян Э.А. Аэродинамика соосного вертолета. Балансировка, устойчивость, управляемость, маневренность, автоматическая стабилизация и автоматическое управление. - М.: Полигон-Пресс, 2004. - 816 с.
24. Белоцерковский С.М., Локтев Б.Е., Ништ М.И. Исследование на ЭВМ аэродинамических и аэроупругих характеристик винтов вертолетов. - М.: Машиностроение, 1992. - 219 с.

25. Головкин М.А., Кочиш С.И., Крицкий Б.С. Методика расчета аэродинамических характеристик комбинированной несущей системы летательного аппарата // Труды МАИ. - 2012. - №55. - С. 1-16.
26. Крицкий Б.С. Математическая модель аэродинамики винтокрылого летательного аппарата // Труды ЦАГИ. - 2002. - №2655.
27. Anikin V., Kritsky B., Leontiev V. Aerodynamics and Flight Dynamics of Aircraft in Vortex Wake of Helicopter // Proceedings of 33rd European Rotorcraft Forum, Kazan, Russia, September 11-14. Vol. 1. - Curran Associates, Inc., 2007. - pp. 643–676.
28. Крицкий Б.С., Аникин В.А. Нестационарные аэродинамические характеристики летательного аппарата в потоке от несущего винта // Труды XIII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2007)). - Харьков: Издательство Харьковского национального университета, 2007.
29. Крицкий Б.С. Моделирование обтекания лопастей несущего винта с различными законцовками // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. - 2010. - №151. - С. 28-32.
30. Шайдаков В.И. Нелинейная дисковая вихревая теория несущего винта в режиме осевой обдувки // Труды Пятого форума Российского вертолетного общества. - М.: МАИ, 2002.
31. Clark D.R., Leiper C.A. The free wake analysis. A method for the prediction of helicopter rotor hovering performance // Journal of the American Helicopter Society. - 1970. - №15. - P. 3-11.
32. Landgrebe A.J. The Wake Geometry of a Hovering Helicopter Rotor and Its Influence on Rotor Performance // Journal of the American Helicopter Society. - 1972. - №17(4). - P. 3-15.
33. Джонсон У. Теория вертолета. - М.: Мир, 1983. - 1021 с.
34. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И. Исследование аэродинамических характеристик несущего винта вертолета на режиме «вихревое кольцо» на базе нелинейной лопастной вихревой теории // Вестник МАИ. - 2009. - №6. - С. 11-15.
35. Вожаев Е.С. К теории индукции несущего винта с произвольным углом атаки

- // Учёные записки ЦАГИ. – М.: ЦАГИ, 1972. Т. 3, № 2. - С. 1-10.
36. Вождаев В.С., Вождаев Е.С. К вихревой теории винта Н. Е. Жуковского // Учёные записки ЦАГИ. – М.: ЦАГИ, 1997. Т. 28, № 1. - С. 36-52.
37. Вождаев Е.С. Аэродинамический расчет воздушного винта на основе точных аналитических решений в задаче о нестационарном поле скоростей винтовых вихрей // Труды ЦАГИ. - М.: ЦАГИ, 2002. - №2659. - С. 1-23.
38. Rand O., Rosen A. Efficient method for calculating the axial velocities induced along rotating blades by trailing helical vortices // AIAA Journal of Aircraft. - 1984. - №21. - P. 433-435.
39. Окулов В.Л., Соренсен Ж.Н. Развитие теорий оптимального ротора. К 100-летию вихревой теории гребного винта проф. Н.Е. Жуковского // Труды ЦАГИ. - М.: ЦАГИ, 2013. - №2713. - С. 1-72.
40. Артамонов Б.Л. Вихревая модель воздушного винта с непрерывно распределённой циркуляцией вихревого слоя // Научный Вестник МГТУ ГА. - 2015. - №211. - С. 45-56.
41. Шайдаков В.И. Аэродинамика винта в кольце. - М.: Изд-во МАИ, 1996. - 87 с.
42. Лаврик В.И., Савенков В.Н. Справочник по конформным отображениям. - Киев: Наукова думка, 1970. - 246 с.
43. Губский В.В. Интерференция воздушных винтов с элементами планера и механизацией крыла легкого транспортного самолета на режимах взлета и посадки: дис. канд. техн. наук: 05.07.01. - Жуковский, 2017. - 150 с.
44. Selig M.S., Donovan J.F. Airfoils at Low Speeds. - Virginia Beach: Soar Tech Publications, 1989. - 398 p.
45. Selig M.S., Guglielmo J.J. Summary of Low-Speed Airfoil Data - Vol. 1. - Virginia Beach: Soar Tech Publications, 1995. - 292 p.
46. Selig M.S., Lyon C.A. Summary of Low-Speed Airfoil Data - Vol. 2. - Virginia Beach: Soar Tech Publications, 1996. - 254 p.
47. Lyon C.A., Broeren A.P. Summary of Low-Speed Airfoil Data - Vol. 3. - Virginia Beach: Soar Tech Publications, 1997. - 418 p.
48. Williamson G.A., McGranahan B.D. Summary of Low-Speed Airfoil Data - Vol. 5. -

Virginia Beach: Soar Tech Publications, 2012. - 344 p.

49. Becker J.V. High-Speed Wind-Tunnel Tests of the NACA 23012 and 23012-64 Airfoils. - Hampton, VA: NASA Langley Research Center, 1941. - 14 p.

50. Abbott Ira H.A., von Doenhoff A.E. Theory of wing sections, including a summary of airfoil data. - New York: Dover Publications, 1959. - 696 p.

51. Harris C.D. Two-dimensional aerodynamic characteristics of the NACA 0012 airfoil in the Langley 8 foot transonic pressure tunnel. - Hampton, VA: NASA Langley Research Center, 1981. - 137 p.

52. Korkam K.D., Camba J. Aerodynamic Data Banks for Clark-Y, NACA 4-Digit and NACA 16-Series Airfoil Families.-Cleveland, OH: Lewis Research Center, 1986.-166 p.

53. Critzos C.C., Heyson H.H., Boswinkle Jr R. W. Aerodynamic characteristics of NACA 0012 airfoil section at angles of attack from 0 deg to 180 deg. - Hampton, VA: NACA, 1955. - 21 p.

54. Ostowari C., Naik D. Post-stall wind tunnel data for NACA 44xx series airfoil sections. Technical report.-Milwaukee: Rockwell International Corporation, 1985.-172 p.

55. Drela M. Xfoil: An analysis and design system for low Reynolds number airfoils. Low Reynolds Number Aerodynamics // Lecture Notes in Engineering, vol 54. - Berlin: Springer, 1989. - P. 1-12.

56. Eppler R. Airfoil Program System "PROFIL05" User's Guide.-Stuttgart: 2006.-71 p.

57. Drela M. Transonic Low-Reynolds Number Airfoils // AIAA Journal of Aircraft. - 1992. - №6. - P. 1106-1113.

58. Biber K., Tilmann C. Supercritical airfoil design for future high altitude and long endurance concepts // Journal of Aircraft. - 2004. - №41. - P. 156–164.

59. Anyoji M., Numata D., Nagai H., Asai K. Effects of Mach Number and Specific Heat Ratio on Low-Reynolds-Number Airfoil Flows // AIAA Journal. - 2015, Vol. 53. - №6. - P. 1640-1654.

60. Sugar-Gabor O., Koreanschi A. Design of supercritical low-Reynolds number airfoils for fixed-wing flight on Mars // Journal of Aerospace Engineering. - 2020, Vol. 33. - №5. - P. 1-19.

61. Balaram B., Canham T., Duncan C., Grip H. F., Johnson W., Maki, J., Quon A., Stern

- R., Zhu D. Helicopter Technology Demonstrator // AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference. - Kissimmee, Florida: AIAA, 2018. - P. 1-18.
62. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Гостехиздат, 1950. - 676 с.
63. Martinov A.K. Practical aerodynamics. - Oxford: Pergamon press, 1965. - 385 p.
64. D'Angelo S., Berardi F., Minisci E. Aerodynamic Performance of Propellers with Parametric Considerations on the Optimal Design // The Aeronautical Journal. - 2002. - №106. - P. 312-320.
65. Гайнутдинов В.Г., Левшонков Н.В. О проектировании лопастей воздушного винта повышенной эффективности // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника: Научно-технический журнал. - 2013. - №2. - С. 3-7.
66. Левшонков Н.В. Методика проектировочного расчета и рациональный выбор параметров воздушного винта при разработке многорежимных летательных аппаратов: дис. канд. техн. наук: 05.07.02. - Казань, 2015. - 107 с.
67. Гайнутдинова Т.Ю., Левшонков Н.В. О расчетно-экспериментальных исследованиях при настройке аппаратной части беспилотного самолета вертикального взлета и посадки // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника: Научно-технический журнал. - 2018. - №4. - С. 91-96.
68. McCrink M., Gregory J. W. Blade Element Momentum Modeling of Low-Re Small UAS Electric Propulsion Systems // 33rd AIAA Applied Aerodynamics Conference. - Dallas, TX: UNIVERSITY OF ILLINOIS, 2015. - P. 1-23.
69. MacNeill R., Verstraete D. Blade Element Momentum Theory Extended to Model Low Reynolds Number Propeller // The Aeronautical Journal. - 2017. - №121. - P. 835-857.
70. Maughmer M. D., Coder J. G. Comparisons of theoretical methods for predicting airfoil aerodynamic characteristics. Technical report. - Port Matilda, PA: The Pennsylvania State University, 2010. - 46 p.
71. Snel H., Houwink R., Bosschers J. Sectional prediction of lift coefficients on rotating wind turbine blades in stall // Technical report. - Amsterdam: National Aerospace Laboratory, 1994. - P. 395-399.
72. Corrigan J. J., Schillings J. J. Empirical model for stall delay due to rotation. - San

Francisco, CA: American Helicopter Society, Inc., 1994. - 15 p.

73. Gur O., Rosen A. Propeller performance at low advance ratio // AIAA Journal of aircraft. - 2005, Vol. 42. - №2. - P. 435-441.

74. Gur O., Rosen A. Comparison between blade-element models of propellers // The Aeronautical Journal. - 2008, Vol. 112. - №1138. - P. 689-704.

75. Кравец А.С. Характеристики воздушных винтов. - М.: Оборонгиз, 1941. - 263 с.

76. Reid E. G. The influence of blade-width distribution on propeller characteristics. NASA Technical Note 1834. - Washington: NASA, 1949. - 142 p.

77. Гагарский С.В., Зайцев И.И., Чикитов Ю.И. Стенд для проведения исследований движителя беспилотного летательного аппарата (БПЛА), выполненного по аэродинамической схеме «винт в кольце» // Труды 10 форума Российского вертолётного общества. - М.: МАИ, 2012.

78. Brandt J. B. Small-scale propeller performance at low speeds. - Urbana-Champaign: University of Illinois, 2005. - 457 p.

79. Brandt J.B., Selig M.S. Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers // Proc. of the 49th AIAA. Aerospace Sciences Meeting. - Orlando, FL: AIAA, 2011. - P. 1-18.

80. Головкин М.А., Тарасов Н.Н. Аэродинамические характеристики моделей воздушных винтов вертикально взлетающего самолёта в широком диапазоне углов атаки // Учёные записки ЦАГИ. - М.: ЦАГИ, 2009. Т. 15, №4. - С. 29-40.

81. Официальный сайт производителя электродвигателей T-Motor [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://store.tmotor.com/> (дата обращения 05.06.2023).

82. Ивчин В.А., Самсонов К.Ю. Экспериментальные исследования модели Х-образного рулевого винта с целью улучшения его аэродинамических характеристик // Научный вестник МГТУ ГА. - 2010. - №151. - С. 71-78.

83. Ивчин В.А., Никифоров В.А., Самсонов К.Ю. Влияние различных вариантов лопастей несущего винта на Х-образный рулевой винт вертолёт Ми-171ЛЛ // Научный вестник МГТУ ГА. 2018. - №01. - С. 114-123.

84. Рождественский М.Г., Самохин В.Ф. Аэродинамические и акустические особенности винта схемы «ножницы». Аэродинамика. Труды Шестого форума



Российского вертолетного общества. - М.: МАИ, 2006.

85. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И. Сравнительные расчётные исследования трёхлопастного и Х-образного рулевых винтов на режимах «вихревого кольца» // Научный вестник МГТУ ГА. 2016. - №223. - С. 93-100.

86. Артамонов Б.Л. Метод расчёта аэродинамических характеристик Х-образного рулевого винта на режимах осевого обтекания на основе линейной дисковой вихревой теории // Труды ОКБ МВЗ им. М.Л. Миля, вып. 4. - М.: Машиностроение-Полет, 2019. - С. 144-162.

87. Youngblood J.W., Talay T.A. Solar-powered airplane design for long-endurance, high-altitude flight // Proc. of the 18st Joint Propulsion Conference AIAA-82-0811. - Washington, DC: NASA, 1982. - P. 1-9.

88. Brandt S.A., Gilliam F.T. Design Analysis Methodology for Solar-Powered Aircraft // Journal of Aircraft. - 1995. - №32. - P. 703–709.

89. Noth A. Design of solar powered airplanes for continuous flight. - Zurich: ETH, 2008. - 170 p.

90. Серохвостов С.В. Оптимизация режимов полета и характеристик аппарата с электрической силовой установкой: дис. канд. техн. наук: 05.07.02.-М., 2002.-191 с.

91. Gur O., Rosen A. Multidisciplinary Design Optimization of a Quiet Propeller // Proc. of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference). - Vancouver: Curran Associates, Inc., 2008. - P. 1-23.

92. Gur O., Rosen A. Optimization of Propeller Based Propulsion System // Journal of Aircraft. - 2009. - №1. - P. 95-106.

93. Gur O., Rosen A. Optimization of electric UAV propulsion system // Journal of Aircraft. - 2009. - №4. - P. 1340-1353.

94. Gur O., Lazar G. Prop-rotor design for an electric tilt-rotor vehicle // American Helicopter Society, Future Vertical Lift Aircraft Design Conference. - San Francisco: American Helicopter Society International, Inc., 2012. - P. 1-12.

95. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие. - М.: Высшая школа, 2002. - 544 с.

96. Monk J. The aerodynamic design of an optimised propeller for a high altitude long

endurance UAV // Proc. of the 23rd ICAS Congress. - Toronto: Optimage Ltd., 2002. - P. 1-10.

97. ГОСТ 27471-87. Машины электрические вращающиеся. Термины и определения. - М.: Издательство стандартов, 1987. - 62 с.

98. Гаврилов Р.С., Мустафаев Ю.Н. Управление синхронными машинами с постоянными магнитами: учебное пособие. - СПб.: Балт. гос. техн. ун-т., 2019. - 78 с.

99. Панкратов В.В. Вентильный электропривод: от стиральной машины до металлорежущего станка и электровоза // Электронные компоненты. - 2007. - №2. - С. 68-77.

100. Kenjo T., Nagamory S. Permanent-Magnet and Brushless DC Motors. - Oxford: Oxford University Press, 1985. - 194 p.

101. Официальный сайт производителя электродвигателей Махон [Электронный ресурс] // Сайт Махон: [сайт]. URL: <https://maxon-motor.ru/> (дата обращения 11.09.2023).

102. Wang J., Chen R., Lu J. Experimental and Numerical Studies on the Effect of Airflow Separation Suppression on Aerodynamic Performance of a Ducted Coaxial Propeller in Hovering // Aerospace 2023. - 2022. - №10-11. - P. 1-20.

103. Официальный сайт производителя литий-ионных аккумуляторов Sony (Murata) [Электронный ресурс] // Сайт Murata: [сайт]. URL: <https://www.murata.com/en-us/products/batteries/cylindrical/> (дата обращения 11.09.2023).

104. Александров В.Л. Воздушные винты. - М.: Оборонгиз, 1951. - 475 с.

105. Резниченко В.И. Изготовление лопастей вертолетов из неметаллических материалов. Учебное пособие. - М.: МАИ, 1977. - 63 с.

106. Завалов. О.А. Конструкция несущих и рулевых вертолётов. Учебное пособие. - М.: МАИ, 2001. - 72 с.

107. Колпачков Е.Д., Петрова А.П., Курносков А.О., Соколов И.И. Методы формования изделий авиационного назначения из ПКМ (обзор) // Труды ВИАМ. - 2019. - №11. - С. 22-36.

108. Е.К.-Пилинога, А. Свистунова. Применение перспективных композиционных материалов в беспилотных авиационных комплексах // Наука и инновации. - 2017. - №6. - С. 34-38.
109. Абрамова И.А., Полков Д. Технология послойного наплавления Fused Deposition Modeling // Наука и военная безопасность. - 2016. - №3. - С. 111–114.
110. Баданина Ю.В., Галиновский А.Л., Голубев Е.С. Технология селективного лазерного спекания в производстве изделий ракетно-космической техники: учебное пособие. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. - 35 с.
111. Внук В.В., Камаев С.В., Марков М.А., Черобыло С.А. Особенности изготовления моделей из многокомпонентных фотополимеров методом лазерной стереолитографии // Авиационные материалы и технологии. - 2018. - №4.-С. 31-36.
112. SolidWorks [Электронный ресурс] // Официальный сайт разработчика SolidWorks: [сайт]. URL: <https://www.solidworks.com/> (дата обращения: 06.09.2023).
113. SolidCAM [Электронный ресурс] // Официальный сайт разработчика SolidCAM: [сайт]. URL: <https://www.solidcam.com/> (дата обращения: 06.09.2023).
114. Луханин В.О. Особенности проектирования воздушных винтов беспилотных летательных аппаратов с электрической силовой установкой // «Гагаринские чтения - 2020»: Сборник тезисов докладов. - М.: МАИ, 2020. - С.77-78.
115. Луханин В.О. Анализ технологий изготовления воздушных винтов сверхлёгких беспилотных летательных аппаратов // Сборник тезисов 19-й международной конференции «Авиация и Космонавтика». - М.: Издательство «Перо», 2020. - С.684-686.
116. Луханин В.О. Проблемы аэродинамического проектирования воздушных винтов, работающих на малых числах Рейнольдса // Сборник тезисов работ международной молодежной научной конференции XLVII Гагаринские чтения 2021. - М.: Издательство «Перо», 2021. - С.12.
117. Луханин В.О. Экспериментальное исследование характеристик электроприводов БПЛА // Сборник тезисов 20-й международной конференции «Авиация и Космонавтика». - М.: Издательство «Перо», 2021. - С.47-49.
118. Луханин В.О. Исследование зависимости крейсерского КПД электрической

силовой установки и максимальной скорости БПЛА вертикального взлёта и посадки от стартовой тяговооружённости // Сборник тезисов работ международной молодежной научной конференции XLVIII Гагаринские чтения 2022. - М.: Издательство «Перо», 2022. - С.73.

119. Луханин В.О. Простые соотношения для вычисления индуктивных скоростей в лопастной теории винта в осевом потоке // Общероссийский научно-технический журнал «Полёт». - 2018. - №10. - С.39-46

120. Луханин В.О. Теоретическое исследование концевых потерь Х-образного воздушного винта // Общероссийский научно-технический журнал «Полёт». - 2022. - №11-12. - С.38-42

121. Артамонов Б.Л., Луханин В.О. Математическое моделирование работы воздушного винта с электроприводом // Известия вузов. Авиационная техника. - 2023. - №2. - С. 28-35.

122. Официальный сайт производителя электродвигателей Hacker [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.hacker-motor-shop.com/> (дата обращения 15.09.2023).

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

### Список сокращений

АДХ – аэродинамические характеристики

АБ – аккумуляторная батарея

БДПТ – бесколлекторный двигатель постоянного тока

БПЛА – беспилотный летательный аппарат

ВВ – воздушный винт

ВИШ – винт изменяемого шага

ВМГ – винтомоторная группа

ВФШ – винт фиксированного шага

КПД – коэффициент полезного действия

ЛА – летательный аппарат

ЛЛ – летающая лаборатория

ЛТХ – лётно-технические характеристики

НП – начальное приближение

СВВП – самолёт вертикального взлёта и посадки

СУ – силовая установка

ТЗ – техническое задание

ЭД – электродвигатель

CFD – Computational Fluid Dynamics (вычислительная гидродинамика)

### Список обозначений

$a$  – скорость звука в воздухе/параметр (Приложение А)

$a_i$  –  $i$ -й коэффициент полинома, определяющего форму лопасти в плане

$b$  – хорда лопасти

$\bar{b} = b / R$  – относительная хорда лопасти

$\bar{b}_i$  – относительная хорда лопасти в  $i$ -ом сечении

$b_{max}$  – максимально допустимое значение хорды лопасти

$\bar{b}_{max}^{(2)}$  – максимально допустимое значение второй производной хорды лопасти по радиусу

$b_{min}$  - минимально допустимое значение хорды лопасти

$c$  – толщина сечения лопасти/параметр (Приложение А)

$c_i$  –  $i$ -й коэффициент полинома, определяющего крутку лопасти

$C_{xa}$  – коэффициент силы лобового сопротивления профиля лопасти/крыла/ЛА в скоростной системе координат

$C_{ya}$  – коэффициент подъёмной силы профиля лопасти/крыла/ЛА в скоростной системе координат

$c_T$  – коэффициент силы тяги воздушного винта

$c_{зк\_min}$  - минимально допустимое значение толщины задней кромки лопасти

$c_{ЭП}$  – удельная теплоёмкость материала нагреваемой части электроприбора

$c_{ЭД}$  – удельная теплоёмкость материала нагреваемой электродвигателя

$D$  – диаметр загрузочной крыльчатки электродвигателя

$d$  – диаметр дисков загрузочной крыльчатки электродвигателя

$e_{AB}$  – ёмкость аккумуляторной батареи в Ампер-часах, взятая по кривой разряда при определённом токе

$F$  – неполный эллиптический интеграл 1-го рода

$F_{Pr-Gl}$  – поправка Прандтля-Глауэрта на сжимаемость воздуха

$F_{ya/xa}^{(CFD)}$  – единая поправка на сжимаемость, вязкость, изменение относительной толщины профиля и его задней кромки, полученная на основе  $CFD$ -модели

$f$  – поправка на концевые потери

$f_{Gold}$  – поправка Гольдштейна на концевые потери воздушного винта

$f_{Pr}$  – поправка Прандтля на концевые потери воздушного винта

$f_{Sh}$  – поправка Шайдакова на концевые потери воздушного винта, работающего в канале

$f_X$  – поправка на концевые потери  $X$ -образного воздушного винта

$f_{cm}$  – стартовая тяговооружённость летательного аппарата

$g_0 \dots g_m$  – коэффициенты функционального ряда, входящего в функцию Гольдштейна

$\bar{h}$  – относительный геометрический шаг воздушного винта

$I$  – ток на обмотках электродвигателя, модифицированная функция Бесселя первого рода (Приложение Б)

$I_{AB}$  – ток на выводах аккумуляторной батареи

$I_{AB\_max}$  – максимально допустимый ток на выводах аккумуляторной батареи

$I_{AB\_номр}$  – ток, потребляемый аккумулятором на заданном режиме полёта

$I_{контр\_max}$  – максимально допустимый ток контроллера электродвигателя

$I_0$  – ток холостого хода электропривода

$I_{номр}$  – потребный для обеспечения необходимого крутящего момента на обмотках электродвигателя на заданном режиме полёта

$I_{Эд\_max}$  – максимальный ток в обмотках электродвигателя

$I_{max}$  – максимальный долговременный ток в обмотках электродвигателя

$I_{max\_τ}$  – максимальный ток в обмотках электродвигателя, допустимый в течение времени  $τ_{max}$

$K$  – полный эллиптический интеграл 1-го рода (Глава 1), число режимов полёта летательного аппарата (Глава 3), модифицированная функция Бесселя второго рода (Приложение Б)

$k$  – число лопастей воздушного винта

$KF$  – произведение коэффициента теплоотдачи в окружающую среду на площадь поверхности охлаждения

$K_V$  – скоростная постоянная электропривода

$L_{ГП}$  – дальность горизонтального полёта

$M$  – число Маха

$m_{AB}$  – масса аккумуляторной батареи

$M_{ВВ}$  – крутящий момент воздушного винта

$M_k$  – концевое число Маха

$M_{кр}$  – крутящий момент загрузочной крыльчатки

$M_{номр}$  – крутящий момент винта при работе на заданном режиме при условии обеспечения потребной для этого режима сила тяги

$M_{тр}$  – момент трения подшипников электродвигателя

$M_{ЭД}$  – крутящий момент на валу электродвигателя

$M_{ЭДmax}$  – максимально допустимый крутящий момент на валу

$m_k$  – коэффициент крутящего момента воздушного винта

$m_{кр}$  – коэффициент крутящего момента загрузочной крыльчатки

$m_{ЭП}$  – масса нагреваемой части электроприбора

$m_{ЭД}$  – масса нагреваемой части электродвигателя

$N$  – число элементов, на которое разделена лопасть воздушного винта (Глава 1), номер режима полёта (Глава 3)

$n$  – степень полиномов, определяющих крутку и форму лопасти в плане

$n_{дв}$  – число двигателей летательного аппарата

$P_{ВВ}$  – мощность, потребляемая воздушным винтом

$P_{ЭД}$  – мощность на валу электродвигателя

$P_{эл\_N}$  – потребляемая электрическая мощность на  $N$ -ом режиме полёта летательного аппарата

$R$  – радиус воздушного винта/загрузочной крыльчатки (Глава 5)

$R_{max}$  – максимально допустимый радиус воздушного винта

$r$  – радиальная координата сечения лопасти

$\bar{r}$  – относительная радиальная координата сечения лопасти

$R_{АБ}$  – внутреннее сопротивление аккумуляторной батареи

$R_a$  – сопротивление обмоток электродвигателя

$Re$  – число Рейнольдса

$\bar{r}_0$  – относительный радиус втулки воздушного винта



$\bar{r}_i$  – относительная радиальная координата точки приложения индуктивной скорости (середина  $i$ -го элемента лопасти)

$T$  – тяга воздушного винта, специальная функция (Приложение Б)

$T_{\text{потр}}$  – потребная для полёта тяга

$t$  – температура прибора

$t_{OC}$  – температура окружающей среды

$t_{\text{max}}$  – максимально допустимая температура изоляции обмоток

$U$  – напряжение на обмотках электродвигателя

$U_{AB}$  – напряжение на выводах аккумуляторной батареи

$U_{AB\_0}$  – напряжение аккумуляторной батареи без нагрузки

$U_{ном}$  – номинальное напряжение электродвигателя

$U_{\text{потр}}$  – потребное для обеспечения необходимого крутящего момента и оборотов напряжение на обмотках электродвигателя на заданном режиме полёта

$\bar{u}_1$  – относительная окружная индуктивная скорость в сечении лопасти в плоскости вращения винта

$V$  – скорость невозмущённого набегающего потока

$\bar{V} = V / (\omega R)$  – относительная скорость невозмущённого набегающего потока

$V_{opt}$  – наивыгоднейшая скорость горизонтального полёта

$V_{\text{max}}$  – максимальная скорость горизонтального полёта

$V_{\Gamma\Pi\_N}$  – скорость горизонтального полёта летательного аппарата на  $N$ -ом режиме

$\bar{V}_1$  – относительная суммарная осевая скорость в сечении лопасти в плоскости вращения воздушного винта

$\bar{V}_{1j}^{(p)}$  –  $p$ -е опорное значение относительной осевой скорости сноса  $\Pi$ -образного винтового вихря, сходящего с  $j$ -го элемента лопасти

$\bar{v}_1$  – относительная осевая индуктивная скорость в сечении лопасти в плоскости вращения винта

$\tilde{v}_1$  – относительная осевая индуктивная скорость винтового вихря с единичной циркуляцией в сечении лопасти в плоскости вращения винта

$\bar{W}$  – модуль суммарного вектора относительной скорости в сечении лопасти

$w_{AB}$  – плотность энергии полностью заряженной аккумуляторной батареи

$\bar{x}$  – относительная координата контура профиля вдоль горизонтальной оси

$x_1, x_2$  – параметры в (1.22)

$X_{\Gamma\Pi}$  – сопротивление летательного аппарата в горизонтальном полёте

$X_{K\Pi}$  – вектор конструктивных параметров

$X_{K\Pi}^{(0)}$  – 0-е приближение вектора конструктивных параметров

$X_{K\Pi}^{(1)}$  – 1-е приближение вектора конструктивных параметров

$x_{K\Pi i}$  –  $i$ -й конструктивный параметр

$\alpha$  – угол атаки ЛА/профиля лопасти в некотором сечении

$\beta$  – угол притекания суммарного вектора скорости к плоскости вращения

$\bar{\Gamma} = \Gamma / (\omega R^2)$  – относительная циркуляция присоединённого вихря/вектора скорости по некоторому контуру

$\bar{\Gamma}_j$  – относительная циркуляция системы  $\Pi$ -образных вихрей, на радиусе  $\bar{\rho}_j$

$\bar{\Gamma}_{opt}$  – оптимальное распределение циркуляции по радиусу винта, обеспечивающее минимум индуктивных потерь

$\Delta P$  – потери мощности в электродвигателе

$\Delta P_{max}$  – максимально допустимые тепловые потери мощности двигателя при его длительной работе

$\Delta R_{контр}$  – дополнительное сопротивление контроллера электродвигателя

$\Delta t$  – избыточная температура электроприбора относительно окружающей среды

$\Delta \tilde{v}_1$  – относительная осевая скорость, индуцируемая системой  $\Pi$ -образных геликоидальных вихрей с единичной циркуляцией, на радиусе  $\bar{\rho}_j$

$\Delta \bar{u}$  – функция приращения координат аэродинамического профиля с утолщённой задней кромкой относительно исходного профиля

$\Delta \bar{\rho}$  – относительный шаг разбиения лопасти на элементы

$\bar{\delta}$  – относительный зазор между стенкой канала и кончиком лопасти воздушного винта, работающего в канале

$\delta X_{КП}$  – приращение вектора конструктивных параметров

$\eta_{ВВ}$  – КПД воздушного винта

$\eta_{контр}$  – КПД контроллера электродвигателя

$\eta_{СУ}$  – КПД силовой установки

$\eta_{ЭД}$  – КПД электропривода

$\vartheta$  – азимутальная координата элемента винтового вихря первой лопасти

$\lambda_{ЭД}$  – параметр в уравнении (2.11)

$\mu_0, \mu$  – параметры, входящие в функцию Гольдштейна (Приложение Б)

$\nu$  – кинематическая вязкость воздуха

$\rho$  – плотность воздуха/радиальная координата точки схода свободного вихря

$\bar{\rho}_j$  – относительная радиальная координата элементов лопасти, с которых сходят

$\Pi$ -образные винтовые вихри

$\tau_{пол\_N}$  - продолжительность полёта летательного аппарата на  $N$ -ом режиме

$\tau_{max}$  - максимальное время работы электродвигателя при максимальном кратковременном токе

$\varphi$  – угол установки сечения лопасти относительно плоскости вращения воздушного винта

$\Psi$  – азимутальная координата точки приложения индуктивной скорости в плоскости вращения воздушного винта

$\Omega$  – угловая скорость вращения в об/мин

$\omega$  – угловая скорость вращения в рад/с

$\omega_{ВВ}$  – угловая скорость вращения воздушного винта

$\omega_{нотр}$  – угловая скорость вращения воздушного винта, необходимая для создания необходимой силы тяги на заданном режиме полёта

$\omega_{ЭД}$  – угловая скорость вращения электродвигателя

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Поправка Прандтля для Х-образного воздушного винта

Рассмотрим вывод поправки Прандтля на примере задачи об оптимальном четырехлопастном винте для общего случая, когда угол между парами лопастей не равен  $90^\circ$  [120]. В последние годы [82-86] проводятся расчётные и экспериментальные исследования таких винтов, они используются в качестве рулевых на некоторых вертолётах, поскольку позволяют получить более эффективный винт из уже готовых блоков лопастей, а также обладают пониженным уровнем шума. Последнее свойство полезно и для винтов БПЛА, на которых с этой целью стали применять аналогичные проектно-конструкторские решения, которые, однако, требуют более тщательных исследований.

Рассмотрим четырёхлопастный воздушный винт, работающий на осевом режиме в неограниченном пространстве, заполненном идеальной несжимаемой жидкостью. Предположим, что величина и распределение нагрузки вдоль каждой лопасти одинаковы, все лопасти находятся в одной плоскости вращения, а поджатие следа пренебрежимо мало.

С каждой лопасти сходит геликоидальная вихревая пелена с шагом  $H$ , перемещающаяся вниз с постоянной скоростью  $v_0$  относительно винта. Углы между лопастями равны  $\Psi$ ,  $180$  и  $180-\Psi$ . Принятая схема изображена на Рисунке А.1. Решив задачу об обтекании идеальной жидкостью этой системы жёстких геликоидальных поверхностей, можно найти распределение циркуляции вдоль лопасти, соответствующее минимальным индуктивным потерям при

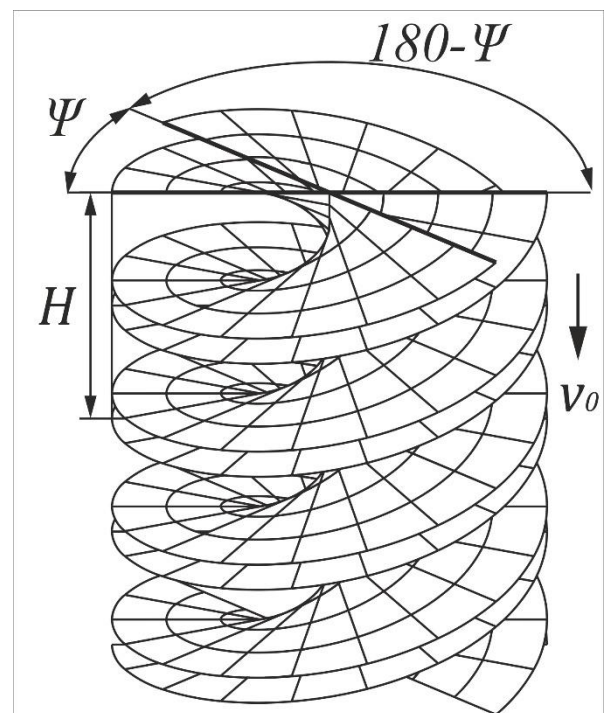


Рисунок А.1 – Вихревой след Х-образного винта

сделанных допущениях.

Упростим эту модель, заменив систему геликоидальных поверхностей системой жёстких полубесконечных пластин, как это было сделано Прандтлем [5]. Периодический фрагмент такой системы, вырезанный из дальнего следа, представляет собой бесконечную полосу высотой  $h$  (Рисунок А.2а). Ось  $0y$

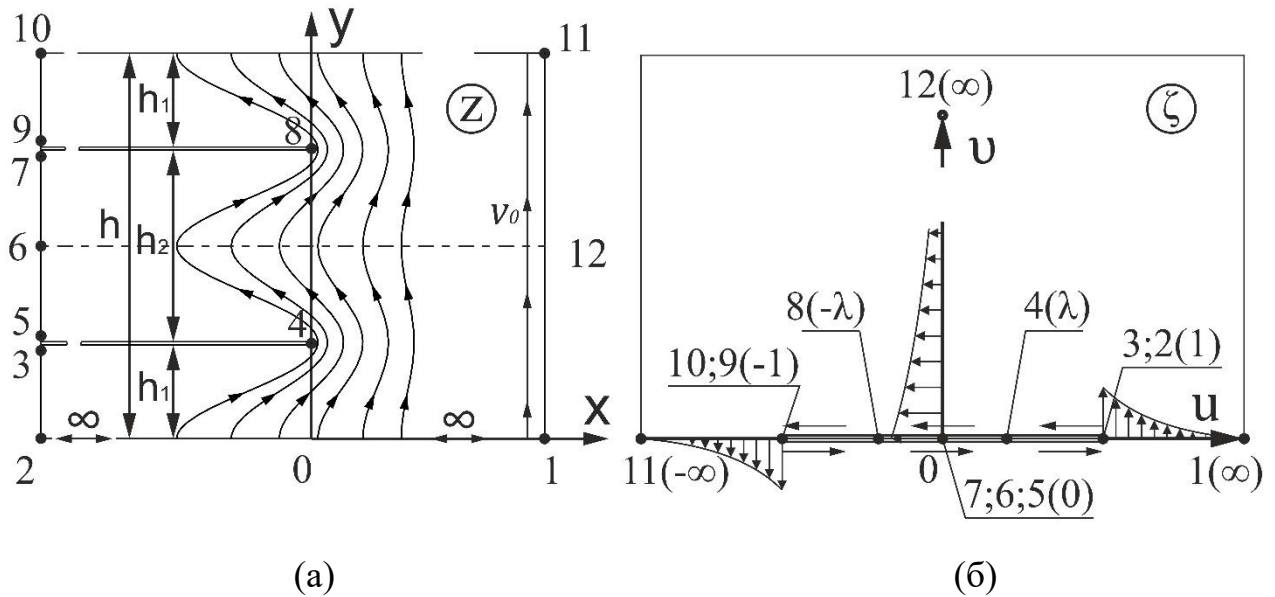


Рисунок А.2 – Двумерная модель вихревого следа:

а – физическая плоскость  $z$ ; б – плоскость отображения  $\zeta$

расположена вдоль фронта решётки пластин, ось  $0x$  - параллельно пластинам, ноль системы координат находится в центре отрезка, соединяющего крайние точки двух соседних пластин. Расстояния между вихревыми пластинами равны  $h_2$  и  $2h_1$ . Решётка пластин обтекается потоком идеальной жидкости, направленным вдоль оси  $y$ , его скорость на бесконечном удалении от фронта решётки равна  $v_0$ . Необходимо найти распределение циркуляции вдоль вихревых пластин.

Для решения этой задачи необходимо отобразить физическую плоскость  $z$  на плоскость  $\zeta$ , в которой течение имеет простой вид, определить его потенциал  $w(\zeta)$  в этой плоскости, а затем найти потенциал  $w(\zeta(z))$  в плоскости  $z$ . В справочнике [42] можно найти отображение верхней половины плоскости  $\zeta$  (Рисунок А.2б) на необходимую область в плоскости  $z$  (Рисунок А.2а). Отображающая функция  $z(\zeta)$

определяется по формуле:

$$z(\zeta) = \frac{h_1}{\pi} \ln \frac{\zeta^2 - 1}{1 - \lambda^2} + \frac{h_2}{\pi} \ln \frac{\zeta}{\lambda}, \lambda = \sqrt{\frac{h_2}{2h_1 + h_2}} \quad (\text{A.1})$$

где  $h_1$  и  $h_2$  – величины, характеризующие расстояния между пластинами в решётке (Рисунок 2а).

Функция (A.1) отображает замкнутый контур в плоскости  $\zeta$ , состоящий из прямой  $v=0$  и дуги, проходящей через бесконечно удалённые точки 1, 11 и 12, в контур в плоскости  $z$ , который состоит из прямой  $y=0$ , отрезка 2-3, сторон 3-4 и 4-5 нижней вихревой пластины, отрезков 5-6 и 6-7, сторон 7-8 и 8-9 верхней пластины, отрезка 9-10, прямой  $y = 2h_1 + h_2$  и бесконечно удалённых отрезков 11-12 и 12-1. Положительная часть оси  $0u$  переходит в прямую  $y = h_1 + h_2 / 2$ . Все соответствующие точки обозначены на Рисунках А.3а и А.3б одинаковыми цифрами.

При конформном отображении сохраняются углы между кривыми в точках их пересечения. Обойдём контур 1-2-3-4-5-6-12-1 в физической плоскости по часовой стрелке. На участке 1-2 поток втекает по нормали к контуру, участок 3-4-5 является линией тока, направление потока совпадает с направлением обхода контура. На участке 6-12 поток вытекает из контура под прямым углом, участок 12-1 является линией тока, течение противоположно направлению обхода. Вдоль контура 12-6-7-8-9-10-11-12 течение аналогично. В плоскости  $\zeta$  направление потока при обходе контура показано стрелками. Такое течение соответствует циркуляционному обтеканию плоской пластины, расположенной в неограниченном пространстве плоскости  $\zeta$ . Циркуляция по контуру 11-12-1 равна  $-v_0 h$ , а циркуляция вокруг пластины  $\Gamma_{nl} = -2v_0 h$ . Потенциал на верхней поверхности пластины определяется по формуле:

$$\varphi(u) = -\frac{\Gamma_{nl}}{2\pi} * \begin{cases} \arccos(u), 0 < u \leq 1 \\ (\arccos(u) - \pi), -1 \leq u < 0 \end{cases}, \Gamma_{nl} = -2v_0 h, h = 2h_1 + h_2, \quad (\text{A.2})$$

где  $u$  – действительная часть  $\zeta$ ,  $h$  – ширина периодического фрагмента решётки пластин.

Для определения потенциала на обеих сторонах нижней вихревой поверхности необходимо найти в плоскости  $z$  из уравнения (А.1) отображение  $\zeta(z)$ . Вся плоскость  $z$  не представляет интереса, поэтому примем  $z = x + ih_1$ ,  $\zeta = u$  и подставим эти выражения в (А.1). Опустив преобразования, получим:

$$u^a(u^2 - 1) + c = 0, c = \exp\left(\frac{\pi(a+2)}{h}x\right)(1 - \lambda^2), a = \frac{h_2}{h_1}, \quad (\text{А.3})$$

Уравнение (А.3) на интервале  $0 \leq u \leq 1$  имеет два корня: первый находится в окрестности 0, второй – в окрестности 1. При  $u$  близких к 0, выражение  $u^a(u^2 - 1) \approx u^a$ , при  $u$  близких к 1 примем  $u^a \approx 1$ . С учётом этих приближений получим два уравнения для определения корней  $u_{10}$  и  $u_{20}$ :

$$u_{10}^a - c = 0, u_{20}^2 + c - 1 = 0. \quad (\text{А.4})$$

Решениями уравнений (А.4) будут следующие выражения:

$$u_{10} = c^{1/a}, u_{20} = \sqrt{1 - c}. \quad (\text{А.5})$$

Уточним решения (А.5) методом Ньютона. Запишем формулу Ньютона для нахождения следующего приближения корня уравнения (А.3):

$$u_{m,n+1} = u_{m,n} - [u_{m,n}^a(u_{m,n}^2 - 1) + c] / [(a+2)u_{m,n}^{a+1} - au_{m,n}^{a-1}], \quad (\text{А.6})$$

где  $u_{m,n}$  и  $u_{m,n+1}$  -  $n$ -е и  $(n+1)$ -е приближения для корня с номером  $m$ .

Используем в качестве начальных приближений выражения (А.5). После их подстановки в (А.6) и преобразований получим:

$$u_{11} = \frac{(a+1)c^{3/a} - ac^{1/a}}{(a+2)c^{2/a} - a}, u_{21} = \frac{(1-c)^{a/2}[2 - c(a+1)] - c}{(1-c)^{(a-1)/2}[2 - c(a+2)]}. \quad (\text{А.7})$$

Одной итерации метода Ньютона достаточно.

Циркуляция присоединённого вихря в точке  $x$  равна разности потенциалов на верхней и нижней сторонах вихревой пелены:

$$\Gamma_x = \varphi(u_{11}) - \varphi(u_{21}) = \frac{v_0 h}{\pi} [\arccos(u_{11}) - \arccos(u_{21})]. \quad (\text{А.8})$$

На Рисунке А.3 изображена развёртка боковой поверхности кругового цилиндра, ограничивающего струю воздушного винта. Траектории концов лопастей на развёртке представляют собой параллельные прямые.

Расстояние  $h$  находится из двух подобных прямоугольных треугольников:

$$h = \pi R \sin \beta = \pi R V / \sqrt{V^2 + \Omega^2 R^2} = \pi R \bar{V} / \sqrt{\bar{V}^2 + 1}, \quad (\text{A.9})$$

где  $R$  - радиус винта,  $\beta$  - угол притекания в конечном сечении лопасти,  $V$  - скорость невозмущённого набегающего на винт потока,  $\Omega$  - угловая скорость вращения винта,  $\bar{V} = V / \Omega R$  - относительная скорость невозмущённого потока.

Из формулы (A.3) видно, что при  $h \rightarrow 0 \Rightarrow c \rightarrow 0$ . Подставив  $c=0$  в (A.7), нетрудно получить:  $u_{11}=0$  и  $u_{21}=0$ . Подстановка этих величин в (A.8) даёт  $\Gamma=0.5v_0h$ , то есть при  $h=0$  перетекание отсутствует и циркуляция постоянна вдоль пластины.

Функция, отражающая падение нагрузки за счёт перетекания потока через конец лопасти X-образного винта равна отношению  $\Gamma_x/\Gamma$ . Выразив с учётом (A.9) параметры  $a$  и  $\lambda$  через угол  $\Psi$  и приняв  $x=r-R$ , получим:

$$f_x = \Gamma_x / \Gamma = \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \left( \frac{(a+1)c^{3/a} - ac^{1/a}}{(a+2)c^{2/a} - a} \right) - \arccos \left( \frac{(1-c)^{a/2}(2-c(a+1)) - c}{(1-c)^{(a-1)/2}(2-c(a+2))} \right) \right\}, a = \frac{2\Psi}{180 - \Psi}, \quad (\text{A.10})$$

где константа  $c$  вычисляется по следующей формуле:

$$c = \exp \left( \frac{(a+2)(\bar{r}-1)\sqrt{\bar{V}^2+1}}{\bar{V}} \right) \frac{(180-\Psi)(0.2\Psi)^{a/2}}{180 \cdot 6^a}. \quad (\text{A.11})$$

Формула Прандтля получена для случая осевого обтекания, когда относительная скорость невозмущённого потока  $\bar{V}$  отлична от нуля, при этом синус угла притекания  $\sin \beta$  вычисляется по конечному сечению лопасти. Для расчётов в режиме работы «на месте» заменим невозмущённую относительную

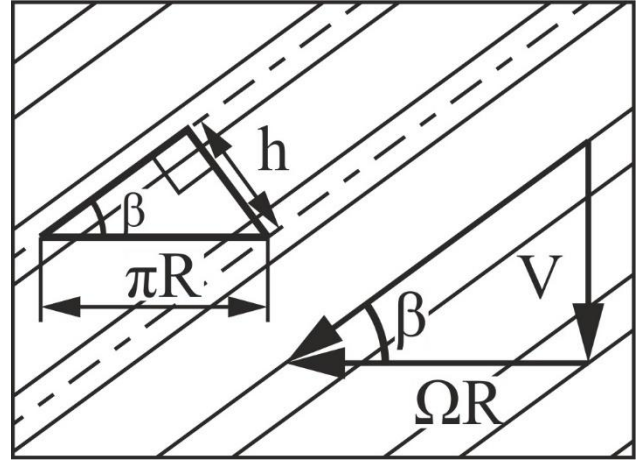


Рисунок А.3 – Развёртка боковой поверхности цилиндра радиуса  $R$



скорость  $\bar{V}$  на полную скорость  $\bar{V}_1$  на радиусе  $\bar{r}$ , синус угла притекания будем определять на каждом радиусе отдельно, как это сделано В.И. Шайдаковым [22]. С учётом этих изменений константа  $c$  в (А.10) примет вид:

$$c = \exp\left(\frac{(a+2)(\bar{r}-1)\sqrt{\bar{V}_1^2+1}}{\bar{V}_1}\right) \frac{(180-\Psi)(0.2\Psi)^{a/2}}{180*6^a} \quad (\text{А.12})$$

Графики функции  $f_x(\bar{r})$  при  $\Psi=0^\circ, 15^\circ, 40^\circ$  и  $90^\circ$ , а также  $f_x(\Psi)$  при  $\bar{r}=0.7, 0.85$  и  $0.9$  при фиксированной  $\bar{V}=0.25$  показаны на Рисунке А.4. При  $\Psi=0^\circ$  и  $90^\circ$

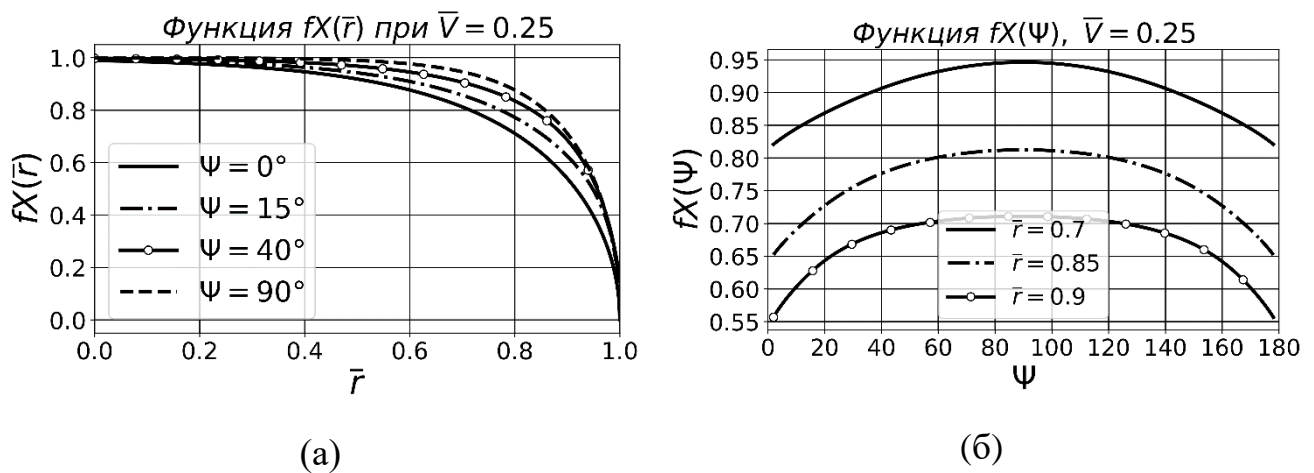


Рисунок А.4 – Графики функции  $f_x(\bar{r}, \Psi)$ :

а –  $f_x(\bar{r})$ ; б –  $f_x(\Psi)$

значения функции  $f_x(\bar{r})$  (Рисунок А.4а) совпадают с функцией Прандтля  $f_{Pr}(\bar{r})$  [5] для чисел лопастей  $k=2$  и  $k=4$ , которую можно получить, решив уравнение (А.3) при  $a=0$  и  $a=2$ . Остальные значения  $f_x(\bar{r})$  лежат между этими двумя кривыми. На Рисунке А.4б видно, что минимальное падение циркуляции достигается при  $\Psi=90^\circ$ , то есть концевые потери четырёхлопастного воздушного винта минимальны при равномерном распределении лопастей, поэтому уменьшать угол между лопастями  $\Psi$  следует из соображений уменьшения уровня шума или повышения КПД винта, обусловленного другими факторами.

Формулу Прандтля [5] легко получить, выполнив аналогичные преобразования при  $a=2$  и произвольном числе лопастей:

$$f_{Pr} = \frac{2}{\pi} \operatorname{arccos} \exp \left( \frac{k(\bar{r} - 1) \sqrt{\bar{V}_1^2 + 1}}{2|\bar{V}_1|} \right), \quad (\text{A.13})$$

где  $k$  – число лопастей

При расчёте  $X$ -образных винтов для учёта концевых потерь на осевых режимах вместо формулы Прандтля (A.13) следует использовать формулы (A.10) в сочетании с (A.12).

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Модифицированный метод вычисления поправки Гольдштейна

Вихревой след оптимального винта с конечным числом лопастей представляет собой вложенные друг в друга бесконечные винтовые вихревые поверхности, движущиеся в жидкости в осевом направлении с постоянной скоростью [7]. Задача об обтекании таких поверхностей идеальной жидкостью впервые решена Гольдштейном [7]. В результате удовлетворения граничных условий непротекания жидкости через эти поверхности была найдена функция, определяющая оптимальное распределение циркуляции по радиусу  $k$ -лопастного воздушного винта:

$$\begin{aligned} \frac{k\Gamma\omega}{2\pi wV} = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ \frac{8}{\pi^2} \frac{T_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu)}{(2m+1)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} g_m \frac{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu)}{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)} \right] \end{aligned} \quad (\text{Б.1})$$

где  $k$  – число лопастей,  $\Gamma$  – циркуляция на радиусе  $r$ ,  $\omega$  – угловая скорость вращения винта,  $w$  – осевая скорость движения системы винтовых поверхностей,  $V$  – скорость продвижения винта,  $\mu = \omega r / V$ ,  $\mu_0 = \omega R / V$ ,  $I_{k(m+0.5)}(z)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода порядка  $k(m+0.5)$ ,  $T_{1,k(m+0.5)}(z)$  – специальная функция, которая будет определена ниже.

Коэффициенты  $g_m$  функции (Б.1) определяются решением следующей бесконечной системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{g_m}{4n^2 - (2m+1)^2} \left\{ (2m+1) \frac{I'_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)}{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)} - 2n \frac{K'_{kn}(kn\mu_0)}{K_{kn}(kn\mu_0)} \right\} = \\ = 2n \frac{K'_{kn}(kn\mu_0)}{K_{kn}(kn\mu_0)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{T_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)}{(2m+1)^2 [4n^2 - (2m+1)^2]} - \\ - \frac{2}{k} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{k(m+0.5)T'_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)}{(2m+1)^2 [4n^2 - (2m+1)^2]}, \end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

здесь  $K_{kn}(z)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода порядка  $kn$  (штрихами обозначены производные соответствующих функций по аргументу  $z$ ).

В работе [7] выражения, содержащие специальные функции, заменяются простыми аппроксимациями, упрощённая система решается точно, после чего полученное решение уточняется численно. Приближённое решение имеет большую погрешность, поскольку в [7] подобраны неудачные аппроксимации специальных функций (допущена ошибка при подстановке), а численное уточнение решения по методике Гольдштейна слишком трудоёмко. Эти обстоятельства объясняют непопулярность данного метода учета концевых потерь.

Поскольку численное решение (Б.2) слишком трудоёмко, необходимо подобрать такие аппроксимации специальных функций в этой системе, которые будут достаточно близки к исходным функциям и, в то же время, позволят решить систему (Б.2) аналитически. Анализ показал, что такими приближенными функциями будут:

$$T_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0) \approx \mu_0^2 / (1 + \mu_0^2), \text{ при } m \geq 1 \quad (\text{Б.3})$$

$$k(m+0.5)T'_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0) \approx 2\mu_0 / (1 + \mu_0^2)^2, \text{ при } m \geq 1 \quad (\text{Б.4})$$

$$(2m+1) \frac{I'_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)}{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)} - 2n \frac{K'_{kn}(kn\mu_0)}{K_{kn}(kn\mu_0)} \approx \quad (\text{Б.5})$$

$$\approx (2n+2m+1)\sqrt{1+\mu_0^2} / \mu_0$$

$$\frac{K'_{kn}(kn\mu_0)}{K_{kn}(kn\mu_0)} \approx -\sqrt{1+\mu_0^2} / \mu_0 \quad (\text{Б.6})$$

С ростом величин  $k$ ,  $n$ ,  $m$  и аргументов  $\mu_0$  этих функций погрешность аппроксимаций специальных функций стремится к нулю.

Заменим специальные функции в системе (Б.2) на (Б.3)-(Б.6), начиная с  $m=1$ , при  $m=0$  оставим исходные функции, а приближения (Б.5) и (Б.6) применимы для любых  $m$  и  $n$ . После подстановок и преобразований получим:

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{a_m + b_m + c_m + d_m}{2n - 2m - 1} = -\frac{\mu_0^2}{1 + \mu_0^2} \frac{\pi}{4n} - \frac{4\mu_0^2}{k(1 + \mu_0^2)^{2.5}} \frac{\pi}{8n^2} + \quad (\text{Б.7})$$

$$+ \frac{\mu_0^2 - (1 + \mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{\pi(1 + \mu_0^2)} \frac{8n}{[4n^2 - 1]} +$$

$$+ \frac{4\mu_0^2 - k\mu_0(1 + \mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{k\pi(1 + \mu_0^2)^{2.5}} \frac{4}{[4n^2 - 1]}$$

Полученную систему уравнений (Б.7) можно разделить на четыре отдельные:

$$\sum_{m=0}^{\infty} K_{nm} A_m = \frac{\pi}{4n}, \quad A_m = -a_m \frac{1 + \mu_0^2}{\mu_0^2}, \quad K_{nm} = \frac{1}{2n - 2m - 1} \quad (\text{Б.8})$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} K_{nm} B_m = \frac{\pi}{8n^2}, \quad B_m = -b_m \frac{k(1 + \mu_0^2)^{2.5}}{4\mu_0^2} \quad (\text{Б.9})$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} K_{nm} C_m = \frac{8n}{4n^2 - 1}, \quad C_m = c_m \frac{\pi(1 + \mu_0^2)}{\mu_0^2 - (1 + \mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)} \quad (\text{Б.10})$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} K_{nm} D_m = \frac{4}{4n^2 - 1}, \quad D_m = d_m \frac{k\pi(1 + \mu_0^2)^{2.5}}{4\mu_0^2 - k\mu_0(1 + \mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)} \quad (\text{Б.11})$$

Система (Б.8), как показано в работе [7], имеет точное решение:

$$A_m = \frac{(2m + 1)!!}{(2m + 1)^2 (2m)!!} \quad (\text{Б.12})$$

Поскольку системы (Б.8)-(Б.11) имеют одинаковые коэффициенты, между их решениями существует связь:

$$B_m = f_B(m)A_m, \quad C_m = f_C(m)A_m, \quad D_m = f_D(m)A_m, \quad (\text{Б.13})$$

где  $f_B(m)$ ,  $f_C(m)$  и  $f_D(m)$  – некоторые функции от  $m$ .

Эти функции были найдены следующим образом. Вначале численно с высокой точностью были вычислены первые несколько значений  $B_m$ ,  $C_m$  и  $D_m$ . Далее с помощью связи (Б.13) вычислены несколько первых  $f_B(m)$ ,  $f_C(m)$  и  $f_D(m)$ . Затем с помощью алгоритма поиска целочисленных соотношений найдены аналитические выражения для их первых значений и по обнаруженной закономерности получен общий вид функций  $f_B(m)$ ,  $f_C(m)$  и  $f_D(m)$  для всех  $m$ .

Опустив преобразования, запишем решение систем (Б.9)-(Б.11):

$$B_m = (1 / (2m + 1) - \ln 2)A_m, \quad (\text{Б.14})$$

$$C_m = \begin{cases} 3A_0, & \text{при } m = 0 \\ \frac{2m+1}{m+1} A_m, & \text{при } m \geq 1 \end{cases}, \quad D_m = \begin{cases} A_0, & \text{при } m = 0 \\ -\frac{2m+1}{m+1} A_m, & \text{при } m \geq 1 \end{cases}$$

Подстановка этих выражений в (Б.9)-(Б.11) приводит к тождествам, что доказывает их справедливость.

Подставив (Б.12) и (Б.14) в (Б.8)-(Б.11), нетрудно получить решение системы (Б.7).

Согласно [7], функция  $T_{1,\nu}$  определяется по формуле:

$$T_{1,\nu}(z) = \frac{\nu\pi}{2\sin(0.5\nu\pi)} I_\nu(z) - \frac{z^2}{4-\nu^2} {}_1F_2\left(1, \left(2+\frac{\nu}{2}\right), \left(2-\frac{\nu}{2}\right), \frac{z^2}{4}\right) \quad (\text{Б.15})$$

где  ${}_1F_2$  – гипергеометрическая функция.

Производная функции (Б.15) определяется следующим образом:

$$T'_{1,\nu}(z) = \frac{\nu\pi}{2\sin(0.5\nu\pi)} \left( I_{\nu-1}(z) - \frac{\nu I_\nu(z)}{z} \right) - \frac{2z}{4-\nu^2} {}_1F_2\left(2, \left(2+\frac{\nu}{2}\right), \left(2-\frac{\nu}{2}\right), \frac{z^2}{4}\right) \quad (\text{Б.16})$$

Видно, что при чётных  $\nu$ , соответствующих числу лопастей кратному 4, в (Б.15) и (Б.16) возникает неопределённость, которую можно раскрыть с помощью правила Лопиталья. Однако гораздо проще вычислять эти функции следующим образом:

$$T_{1,(m+0.5)k}((m+0.5)k\mu) \approx \approx 0.5 \left[ T_{1,(m+0.5-\varepsilon)k}((m+0.5-\varepsilon)k\mu) + T_{1,(m+0.5+\varepsilon)k}((m+0.5+\varepsilon)k\mu) \right] \quad (\text{Б.17})$$

$$T'_{1,(m+0.5)k}((m+0.5)k\mu) \approx \approx 0.5 \left[ T'_{1,(m+0.5-\varepsilon)k}((m+0.5-\varepsilon)k\mu) + T'_{1,(m+0.5+\varepsilon)k}((m+0.5+\varepsilon)k\mu) \right] \quad (\text{Б.18})$$

где  $\varepsilon$  – некоторая малая величина, достаточно принять  $\varepsilon=1/32$ .

При больших значениях аргумента или индекса функций  $T$  и  $T'$  сложность их вычисления увеличивается, а устойчивость снижается, поэтому в данном случае необходимо пользоваться выражениями (Б.3) и (Б.4).

Перепишем искомую функцию (Б.1) с учётом полученных решений для коэффициентов:

$$\begin{aligned}
\frac{k\Gamma\omega}{2\pi wV} &= \frac{\mu^2}{1+\mu^2} + \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{N_1} \frac{T_{1,k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu) - \mu^2 / (1+\mu^2)}{(2m+1)^2} + \\
&+ \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{N_2} g_m \frac{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu)}{I_{k(m+0.5)}((m+0.5)k\mu_0)} = \frac{\mu^2}{1+\mu^2} F_{Gold} \\
g_0 &= \frac{3(\mu_0^2 - (1+\mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0))}{\pi(1+\mu_0^2)} - \frac{4\mu_0^2(1-\ln 2)}{k(1+\mu_0^2)^{2.5}} + \\
&+ \frac{4\mu_0^2 - k\mu_0(1+\mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{k\pi(1+\mu_0^2)^{2.5}} - \frac{\mu_0^2}{1+\mu_0^2} \\
g_m &= \frac{(2m+1)!!}{(2m+1)^2(2m)!!} \left\{ \frac{\mu_0^2 - (1+\mu_0^2)T_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{\pi(1+\mu_0^2)} \frac{2m+1}{m+1} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\mu_0^2}{1+\mu_0^2} - \frac{\mu_0}{k(1+\mu_0^2)^{2.5}} \left[ \frac{4\mu_0}{2m+1} - 4\mu_0 \ln 2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{4\mu_0 - k(1+\mu_0^2)^2 T'_{1,0.5k}(0.5k\mu_0)}{\pi} \frac{2m+1}{m+1} \right] \right\}, m \geq 1
\end{aligned} \tag{Б.19}$$

Здесь достаточно принять  $N_1=2$ ,  $N_2=10$ . Функции  $T$  и  $T'$  при  $p$  кратных 4 и  $(m+0.5)k\mu \leq 20$  определяются по формулам (Б.17) и (Б.18), при остальных  $p$  по формулам (Б.15) и (Б.16). Если параметр  $(m+0.5)k\mu > 20$ , вместо  $T$  и  $T'$  следует использовать их аппроксимации (Б.3) и (Б.4).

В выражении (Б.19) через  $F_{Gold}$  обозначена поправка Гольдштейна, которую легко получить, разделив обе части равенства на выражение  $\mu^2 / (1+\mu^2)$ .

Функция (Б.19) выражает закон распределения циркуляции по радиусу оптимального винта с бесконечным числом лопастей с минимальными индуктивными потерями. Сравним её с приближённым решением Прандтля [5]:

$$\frac{k\Gamma\omega}{2\pi wV} = \frac{\mu^2}{1+\mu^2} \frac{2}{\pi} \arccos \left[ \exp \left( \frac{k(\mu/\mu_0 - 1)\sqrt{1+\mu_0^2}}{2} \right) \right] = \frac{\mu^2}{1+\mu^2} F_{Pr} \tag{Б.20}$$

$F_{Pr}$  - поправка Прандтля.

На Рисунке Б.1 показаны значения этих функций по  $\bar{r} = \mu / \mu_0$  для

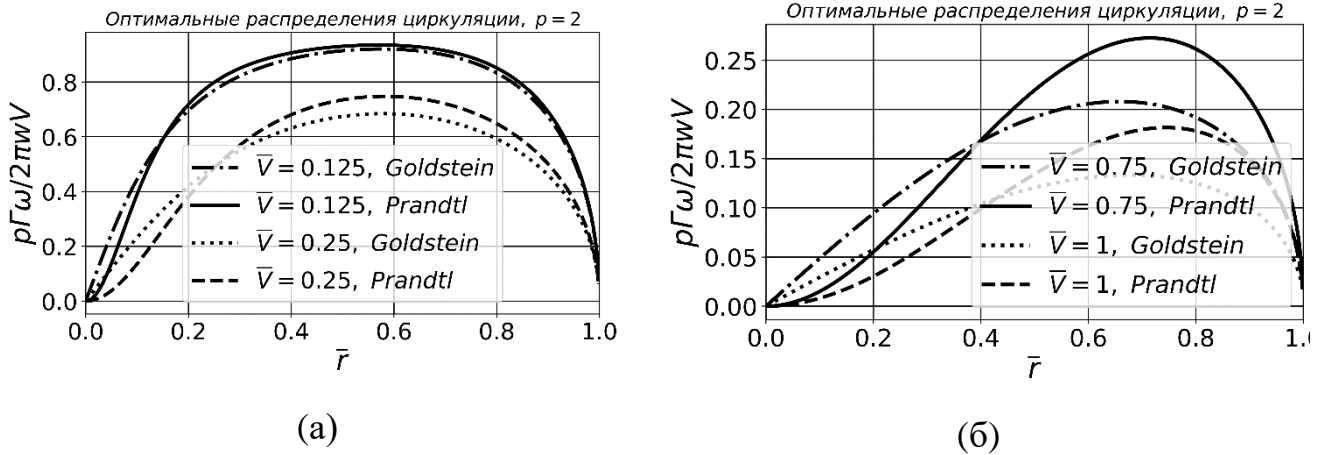


Рисунок Б.1 – Сравнение функций Прандтля и Гольдштейна:

а –  $\bar{V} = 0.125, 0.25$ ; б –  $\bar{V} = 0.75, 1$

двухлопастного винта при четырёх различных значениях относительной скорости полёта  $\bar{V} = 1/\mu_0$ . Видно, что при малых  $\bar{V}$  результаты практически не отличаются, а при  $\bar{V} = 0.75$  и 1 имеет место заметное отличие.

Теперь сравним, на сколько отличаются распределения индуктивных скоростей, рассчитанные при заданном законе распределении циркуляции по лопастной теории и с помощью дисковой вихревой теории Жуковского с использованием поправок Прандтля и Гольдштейна или без них. На Рисунке Б.2

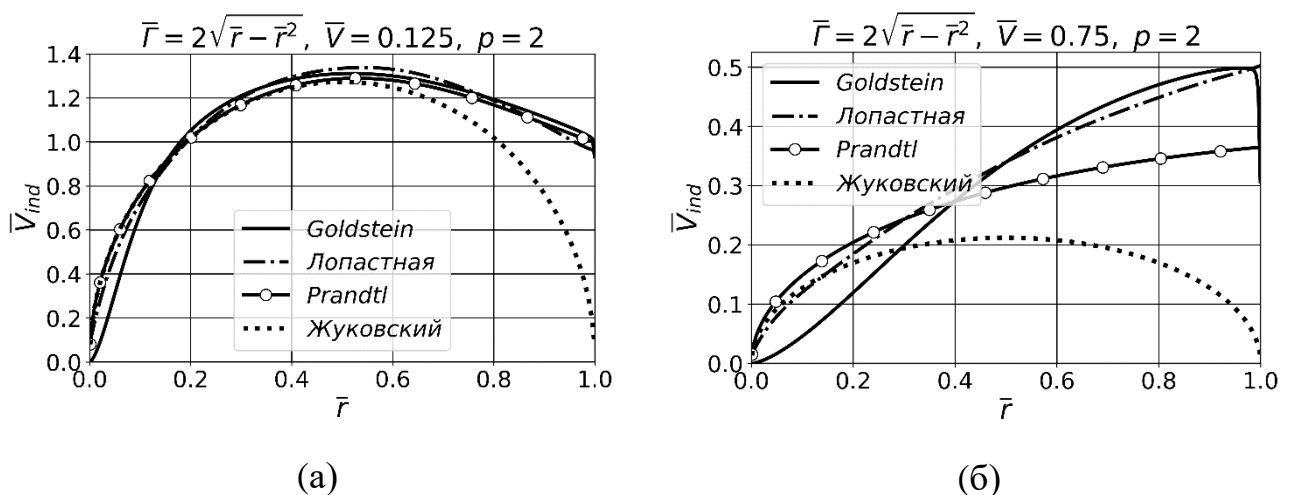


Рисунок Б.2 – Сравнение индуктивных скоростей, вычисленных различными методами, при эллиптическом распределении циркуляции:

а –  $\bar{V} = 0.125$ ; б –  $\bar{V} = 0.75$



изображены законы распределения индуктивных скоростей, вычисленных указанными способами при эллиптическом распределении циркуляции, числе лопастей  $k=2$  и относительных скоростях полёта  $\bar{V}=0.125$  и  $0.75$ . Видно, что при  $\bar{V}=0.125$  оценка концевых потерь с помощью обеих поправок и лопастной теории практически не отличается. При  $\bar{V}=0.75$  оценка концевых потерь с помощью поправки Гольдштейна практически совпадает с результатами лопастной теории, поправка Прандтля их занижает.

**ПРИЛОЖЕНИЕ В** Акт внедрения результатов диссертационной работы  
УТВЕРЖДАЮ

Заместитель генерального директора по  
научно-техническому развитию - первый

заместитель генерального конструктора  
АО «Концерн ВКО «Алмаз – Антей»



Друзин С.В.

2023 г.

**АКТ**

внедрения результатов

диссертационной работы Луханина Владимира Олеговича

на тему «Методика проектирования электроприводных воздушных винтов беспилотных летательных аппаратов с учетом технологии изготовления и стендовых испытаний»

В период с 2018 г. по 2022 г. АО «Концерн ВКО «Алмаз-Антей» проводило исследования по созданию перспективного БЛА-перехватчика вертикального взлёта и посадки с электрической силовой установкой. Разработка БЛА-перехватчика осуществлялась совместно с НИО-106 МАИ в рамках договора от 28.04.2018 № 29/434-55190-01060 (НИР «Бриг-2») и договора от 23.03.2020 № 29/262 (НИР «Бриг-3-СЧ»).

При исследовании винтомоторной группы БЛА инженер НИО-106 МАИ Луханин В.О. разработал и апробировал методику проектирования электроприводных воздушных винтов беспилотных летательных аппаратов с учетом технологии изготовления и стендовых испытаний. При его непосредственном участии был сконструирован, изготовлен и испытан воздушный винт прототипа проектируемого БЛА, учитывающий параметры его электропривода, аэродинамические характеристики и требуемые ЛТХ.

Результаты диссертационной работы Луханина В.О. в настоящее время используются АО «Концерн ВКО «Алмаз-Антей» при выполнении НИЭР «Кречет», являющейся дальнейшим продолжением выбранного направления работ.

Первый заместитель начальника  
конструкторского бюро перспективных  
проектов - начальник СКБ 5

Росляков И.А.

Начальник отдела СКБ 5 КБПП

Хромов А.А.