ОТЗЫВ

официального оппонента

о диссертационной работе Юрина Юрия Викторовича «Моделирование деформаций ползучести многослойных тонких пластин методом асимптотического осреднения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

Диссертация Юрина Ю.В. посвящена разработке теоретического метода и методики расчета напряженно-деформированного состояния тонкой многослойной анизотропной пластины, исходя из трехмерной постановки механики деформируемого твердого тела, для которой учитываются деформации ползучести. Многослойные пластины, характеризуемые напряженно-деформированным состоянием в условиях нелинейной ползучести, имеют достаточно широкое применение в машиностроении, авиации, космической технике и многих других областях промышленности и промышленных технологий. Таким образом, создание и развитие уточненных методов моделирования напряженно-деформированного состояния многослойных пластин, проявляющих выраженные эффекты нелинейной ползучести является **актуальной задачей** механики сплошных деформируемых тел. При моделировании ползучести широкое распространение получили теории типа теории течения, которые адекватно описывают ползучесть на второй стадии, т.е. установившуюся ползучесть. Основой математического моделирования деформирования пластины в диссертационной работе выступает метод асимптотического осреднения, являющийся одним из наиболее строго формализованных и математически обоснованных методов построения математических моделей и схем расчета геометрически многомасштабных тел и конструкций. Метод базируется на расщеплении функциональных зависимостей, входящих в постановку задачи, на зависимости от «быстрых» координат (характеризующие быстрые изменения в относительно «малом» пространственном масштабе) и «медленных» координат (которые используются для описания континуума в масштабе, определяемом или принципом сплошности или геометрией тела), а также на построении решения в форме асимптотического разложения по степеням геометрического малого параметра, вводимого как отношение указанных масштабов. Метод асимптотического осреднения, первоначально предложенный для сред с периодической пространственной структурой, в настоящее время находит применение для моделирования деформаций в неоднородных средах. В диссертационной работе указанный метод применяется для метематического моделирования напряженно-деформированного состояния многослойных тонких пластин, проявляющих эффекты ползучести. В связи с изложенным выше, **тематика диссертационной работы, представляется актуальной как в теоретическом, так и в прикладном отношении**.

Достоверность результатов исследования основывается на использовании ранее обоснованных математических методов и моделей, сопоставлении полученных в диссертационном исследовании результатов с результатами, полученными иными вычислительными методами, в частности, с применением трехмерного конечно-элементного анализа. Замечу также, что еще одним аргументом в пользу достоверность исследования является то обстоятельство, что полученные в результате осреднения двумерные краевые задачи в ряде случаев решаются точно.

Научная новизна диссертационной работы определяется тем, что в ней предложен **новый и эффективный метод** моделирования напряженно-деформированного состояния многослойных пластин в условиях ползучести, базирующийся на применении метода асимптотического осреднения к трехмерным задачам механики деформируемого твердого тела. Разработанный в диссертационном исследовании метод позволяет получить разложения по геометрическому малому параметру для вектора перемещений, тензора напряжений и тензора деформаций, а также вывести системы уравнений пониженной размерности (двумерные), согласующиеся с классическими моделями теории пластин и оболочек. При этом не делается никаких предположений о перемещениях и деформациях пластины для ее нормальных сечений, что имеет место в классических теориях пластин. Также в работе представлен **новый конечно-элементный метод** решения указанных двумерных систем уравнений, основанный на использовании вариационного принципа Хелингера-Рейснера в сочетании с аппроксимацией трикубическими полиномами Биркгофа и специальным выбором степеней свободы для первых двух горизонтальных компонент осредненного по быстрой переменной вектора перемещений, а также аппроксимации Белла для третьей компоненты осредненного вектора перемещений.

Практическая значимость работы. Предложенные в диссертационной работе методы не накладывают ограничений на тип анизотропии материалов слоев пластины, позволяя тем самым учесть более широкий спектр современных конструкционных материалов с, как правило, выраженной анизотропией. Разработанные численные методы демонстрируют более высокую точность, по сравнению с известными аналогами. Результаты работы могут быть использованы для расчетов на прочность многослойных тонких пластин со сложной анизотропией материалов слоев, проявляющих также нелинейную ползучесть.

Апробация результатов диссертационной работы выполнена в рамках научных конференций и семинара кафедры вычислительной математики и математической физики МГТУ им. Н.Э. Баумана под руководством проф. Ю.И. Димитриенко. Результаты работы представлены в 11 научных публикациях, в том числе в 10 статьях в журналах, входящих в перечень ВАК, и в 1 работе в издании, входящем в международную базу данных и систему цитирования Scopus.

Структура диссертационной работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, выводов и заключения и списка литературы.

Остановимся на содержании диссертационного исследования

Во введении обсуждается актуальность темы диссертационного исследования, представлен краткий обзор литературы по теме диссертации, формулируются цель и задачи работы, представлена информация о достоверности результатов и сведения о научной новизне.

В первой главе, самой большой по объему, приводится исходная трехмерная система уравнений задачи теории ползучести. Формулируются основные допущения, в рамках которых решение строится на основе метода асимптотического осреднения. Решение трехмерной системы уравнений разыскивается в виде асимптотических рядов по степеням малого геометрического параметра. Подстановка этих рядов в трехмерную систему уравнений ползучести приводит к системам обыкновенных дифференциальных уравнений по локальной координате, рекуррентно связанных между собой. При этом показывается, что начальный член в разложении перемещений не зависит от быстрой (локальной) координаты. В процессе решения указанных систем дифференциальных уравнений получаются выражения для коэффициентов рядов разложений по малому параметру, определяющих перемещения, напряжения и деформации. Выполнив осреднение (по нормальной координате) трехмерных уравнений равновесия, получаются классические уравнения теории пластин Кирхгофа–Лява для усилий и изгибающих моментов. Далее приводится вывод определяющих соотношения теории пластин, связывающих усилия и изгибающие моменты с деформациями и кривизнами срединной плоскости, которые получаются путем осреднения трехмерных определяющих соотношений. Начальный член в разложении перемещений также разыскивается в виде ряда по степеням малого параметра, члены которого не зависят от быстрой координаты. Подстановка этого ряда в определяющие соотношения теории пластин и далее в уравнения для усилий и изгибающих моментов с отбрасыванием членов ряда выше первого приводит к выводу систем уравнений пониженной размерности для перемещений точек срединной плоскости. Тем самым осуществляется переход к приближенным уравнениям теории пластин. Уравнения в этих системах содержат производные четвертого порядка от прогибов и третьего порядка от продольных перемещений. Далее приводится вывод вариационных уравнений для указанных систем, соответствующих вариационным принципам Лагранжа и Хеллингера–Рейсснера. Обсуждаются преимущества использования вариационного принципа Хеллингера–Рейсснера в плане численной реализации метода. С помощью указанных вариационных уравнений формулируются слабые постановки задач для систем дифференциальных уравнений, определяющих перемещения точек срединной плоскости. Приводится доказательство теоремы о единственности решения и существовании слабых решений. Заканчивается первая глава обсуждением различных моделей линейной и нелинейной ползучести.

Во второй главе с целью вывода соотношений метода конечных элементов, данные в первой главе слабые постановки задач (сформулированные с применением вариационных уравнений вариационного принципа Хеллингера–Рейснера и, полагая, что для дискретизации по временному параметру применяется явная разностная схема Эйлера) рассматриваются на области, полученной разбиением срединной плоской поверхности на двумерные конечные элементы. В предположении о том, что аппроксимации для перемещений точек срединной плоскости, деформаций и кривизн срединной плоскости имеют полиномиальный вид в каждом конечном элементе, из указанных слабых постановок выводится явный вид систем линейных алгебраических уравнений, определяющих имеющиеся в распоряжении степени свободы перемещений точек срединной плоскости для каждого конечного элемента. Кроме того, приводятся соотношения, связывающие степени свободы деформаций и кривизны срединной плоскости со степенями свободы перемещений точек срединной плоскости. Отмечаются упрощения соотношений при использовании одинаковой аппроксимации для деформаций и кривизн срединной плоскости. Далее описываются конкретные аппроксимации в пределах одного треугольного конечного элемента, которые предложены для использования при решении задач: аппроксимации трикубическими полиномами Биркгофа со специальным выбором степеней свободы для продольных перемещений точек срединной поверхности, аппроксимации Белла для прогибов, аппроксимации кубическими полиномами для деформаций и кривизн срединной плоскости. Приводится обоснование выбора указанных аппроксимаций, обсуждаются их преимущества перед существующими аналогами. Заканчивается глава кратким изложением реализации описанного вычислительного метода расчета напряженно-деформированного состояния многослойной пластины, проявляющей нелинейную ползучесть.

В третьей главе выполнено решение ряда прикладных задач. Решена задача об изгибе многослойной пластины прямоугольного поперечного сечения, под действием равномерно распределенного давления. Задача рассматривалась при условии жесткого защемления концевых торцов пластины, без ограничений на симметрию расположения слоев пластины относительно срединной плоскости и без учета ползучести, но в предположении об ортотропности упругих слоев пластины. Получены точные аналитические решения двумерных систем, описывающих осредненные по быстрой переменой перемещения точек срединной плоскости, а также выражения для начальных членов асимптотических рядов для напряжений. Проведено сравнение результатов расчета по выведенным формулам для напряжений со значениями, полученными при прямом конечно-элементном решении трехмерной задачи упругости в системе ANSYS на достаточно мелкой конечно-элементной сетке (малый масштаб делился на 75 частей, что требует 32Gb оперативной памяти). Сравнение проводилось для трехслойной пластины с несимметричным расположением слоев относительно срединной плоскости. Получена достаточно хорошая точность согласования результатов.

Далее было выполнено решение задачи об изгибе трехслойной пластины, которая аналогична предыдущей задаче, но рассматривалась для иных свойств материалов. Решение задачи производилось с целью проверки работоспособности вычислительного конечно-элементного метода, предложенного во второй главе. Проведено сравнение продольных перемещений точек срединной плоскости, прогибов и напряжений в пластине, полученных точным аналитическим способом и рассчитанных на основе указанного МКЭ. Результаты сравнения показывают высокую точность согласования результатов.

Рассмотрена также задача изгиба трехслойной пластины прямоугольного поперечного сечения с симметричным расположением слоев пластины относительно срединной плоскости, под действием равномерно распределенного давления при условии жесткого защемления кромки пластины. Учет ползучести в задаче производился с помощью линеаризованной модели, которая позволила найти в дополнение к численному решению и точное аналитическое решение. Было проведено сопоставление прогибов, продольных перемещений и напряжений, вычисленных для численного и аналитического решений задачи. Показана хорошая точность согласования результатов.

Выполнено решение задачи об изгибе трехслойной пластины прямоугольного поперечного сечения под действием переменного по поверхности пластине давления. Задача рассматривалась при условии жесткого защемления концевых торцов, с несимметричным расположением слоев пластины относительно срединной плоскости. Ползучесть материалов, составляющих слои пластины, определялась в рамках степенной модели ползучести. Проведен расчет распределений напряжений по толщине пластины в заданных точках (результаты приведены для начального и конечного моментов времени). Получены кривые изменения перемещений и напряжений во времени. Приведены результаты расчетов продольных перемещений точек срединной плоскости и прогибов по поверхности пластины. Приведенные результаты свидетельствуют о существенном возмущении, вносимом нелинейной ползучестью, напряженно-деформированного состояния пластины.

В заключении формулируются основные результаты работы.

По диссертационной работе и автореферату Юрина Ю.В. можно сделать следующие замечания:

1. В работе не совсем ясно отражены особенности трехмерной постановки краевой задачи, на основе которой выполняется моделирование процесса деформирования многослойной пластины. Сначала на с. 12 формулируется трехмерная краевая задача (1.1). Из этой постановки следует, что пластина может загружаться только нормальным давлением, а на ее кромке задаются перемещения. Уже такую постановку естественно нельзя признать достаточной в прикладном аспекте (например, не учитывается тот случай, когда кромка пластины свободна). Затем на с. 14-16 постановка (1.1) подвергается модификации (называемой автором *основными допущениями*): давление считается пропорциональным третьей степени геометрического параметра κ (характеризующегося отношением толщины пластины к ее диаметру), перемещения на кромке считаются линейно зависящими от указанного параметра, а вертикальное перемещение кромки вообще не должно от него зависеть. В работе нет никаких указаний на то, какие прикладные задачи укладываются в эту схему. С моей точки зрения, данная в диссертационной работе постановка прямо относится к специальным образом возмущенной (возмущения давления пропорциональны κ^3, возмущения горизонтальных кромочных перемещений пропорциональны κ, а вертикальные кромочные перемещения не возмущаются) частной краевой задаче теории

пластин (с нулевым нормальным давлением и предписанными перемещениями кромки) и хотелось бы знать о прикладном значении такого рода задач. Что произойдет, если нормальное давление будет возмущаться пропорционально κ^2 или возмущения затронут вертикальные кромочные перемещения?

2. Материал диссертационной работы, изложенный на с. 43-55 (разделы 1.9, 1.10 и 1.11), не нашел отражения как при общей характеристике диссертации, так и в части, касающейся результатов и выводов, и создается впечатление, что он вообще никак не связан с остальными разделами диссертационного исследования. В автореферате также нет никакого упоминания о содержании указанных разделов. Эти разделы посвящены слабым решениям и вариационным уравнениям для осредненных краевых задач и содержат доказательство единственности решения и разрешимости осредненных задач в том случае, когда ползучестью пластины можно пренебречь. По моему мнению, доказательство теоремы о существовании и единственности включает элемент новизны, поскольку выполнено для эллиптического дифференциального оператора, отличающегося от такового в анизотропной теории упругости.

3. В разделе 1.12 обсуждаются примеры моделей ползучести. В качестве основной принимается нелинейная модель степенной ползучести (1.112); линейный вариант (1.112) известен как ньютоновская вязкая жидкость и поэтому следует прямо говорить о линейно вязкоупругой модели Максвелла–Кельвина–Фойгта, тем более, что эта определяющая модель используется в дальнейшем при моделировании деформирования многослойных пластин по причине ее простоты. Более интересным здесь, однако, представляется другой предельный вариант модели степенной ползучести (1.112), когда показатель ползучести становиться очень большим, известный как модель идеально пластического тела. Исследование двух предельных вариантов степенной ползучести позволило бы более полно верифицировать предложенный соискателем метод асимптотического осреднения.

Данные замечания не влияют на положительную оценку работы. Автореферат и публикации автора с достаточной полнотой отражают содержание диссертации.

Диссертацию следует признать законченным научным исследованием, в котором получены новые и актуальные результаты. Диссертация соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Юрин Юрий Викторович, заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

24 апреля 2017 г.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Радаев Юрий Николаевич

Подпись Радаева Юрия Николаевича заверяю.

Ученый секретарь ИПМех РАН,

Ст. научный сотрудник, к. ф. - м. н.

Сысоева Елена Ярославовна

Адрес: 119526, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1

Телефон: +7 (499) 434-35-92

E-mail: radayev@ipmnet.ru, y.radayev@gmail.com