

На правах рукописи



Хамед Мемарианфард

**ДВУХУРОВНЕВЫЙ МЕТОД В МЕХАНИКЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ
НАМОТОЧНЫХ ОБОЛОЧЕК ИЗ АРМИРОВАННЫХ
ПОЛИМЕРОВ
(ПРИ ИХ СОЗДАНИИ И ЭКСПЛУАТАЦИИ)**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Турусов Роберт Алексиевич

Официальные оппоненты: **Кузнецов Сергей Владимирович**, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН).

Курбатов Алексей Сергеевич, кандидат технических наук, старший научный сотрудник ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша».

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН).

Защита состоится «26» апреля 2017 года в 15:00 на заседании диссертационного совета Д.212.125.05 ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО МАИ (НИУ) и на сайте http://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=76149.

Автореферат разослан «13» марта 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Федотенков Г.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Перспективы применения толстостенных анизотропных оболочек из армированных полимеров: глубоководные аппараты и строительные конструкции, корпуса летальных аппаратов, посадочные шасси космических аппаратов, специальные контейнеры, включая супербаллоны для хранения и транспортировки газов. Этим определяется научная новизна, актуальность и практическая значимость данной диссертационной работы. Здесь будут решаться проблемы напряженно-деформированного состояния толстостенных оболочек и цилиндров из армированных пластиков на этапах формирования и эксплуатации в зависимости от характера анизотропии, толщины и диаметра цилиндра.

В толстостенных цилиндрах в процессе изготовления из-за анизотропии механических свойств возникают растягивающие напряжения в радиальном направлении, что может привести к формированию кольцевых трещин. Решение проблемы технологической монолитности толстостенных намоточных изделий из армированных полимеров позволяет повысить их коэффициент массового совершенства в несколько раз. Для достижения этой цели необходимо разработать методы прогнозирования остаточных температурных напряжений (технологических напряжений) с исследованиями не только на макро-уровне, но и на микро-уровне.

Степень исследованности проблемы. Решение задачи по определению напряженно-деформированного состояния анизотропных толстостенных цилиндров впервые описано в работе С.Г. Лехницкого. Он решил задачу на основе теории упругости анизотропной сплошной среды. Турусов Р.А., Коротков В.Н. и Розенберг Б.А. решили задачу о температурных напряжениях в ортотропном цилиндре в вязкоупругой постановке с учетом фактического распределения температуры по сечению изделия с использованием обобщённого нелинейного уравнения Максвелла в процессе охлаждения цилиндра. Турусов Р.А., Коротков В.Н. с сотрудниками в 1986 году в своих экспериментальных и теоретических работах учитывали макронапряжения, возникающие вследствие химической усадки связующего. Авторы широко использовали численные методы для того, чтобы более подробно исследовать остаточные напряжения в толстостенных намоточных оболочках в процессе охлаждения

и отверждения с однородным и неоднородным распределением температуры и с учетом неупругого поведения материала. Все эти исследования в совокупности дали очень много интересных результатов, но они были сосредоточены и ограничены анализом макронапряжений в анизотропной сплошной среде. Большинство этих работ, ограничивалось исследованием однонаправленных намоточных цилиндров, и оказались не в состоянии объяснить некоторые экспериментальные артефакты.

Цели и задачи работы: Из-за сложности и неравномерности поля напряжений, в реальной микроструктуре композиционных материалов использованные аналитические методы, так же как и метод анизотропной сплошной среды не могут полностью и подробно представить реальные остаточные напряжения. Это дает основание предположить, что нарушение (разрыв) в композиционных материалах по-видимому происходит вследствие значительной концентрации напряжений в матрице. Для этого необходимо исследовать распределение микронапряжений в композите. Однако анализ всей структуры в микро-масштабе потребует большого времени и огромного количества компьютерных ресурсов. Но можно поступить иначе и применить многомасштабный (многоуровневый) анализ напряжений для нахождения поля микронапряжений в интересующей исследователей подозрительной зоне, а не во всей структуре. В настоящей работе использован именно такой подход и внимание сосредоточено на исследовании микронапряжений в изделии в процессе изготовления и эксплуатации.

Настоящая работа посвящена разработке и развитию нелинейного вычислительного многомасштабного метода и алгоритма для прогнозирования остаточных макронапряжений и локальных микронапряжений в толстостенных намоточных оболочках из армированных полимеров в процессе их охлаждения и отверждения с целью создания кокона, находящегося под действием внешнего давления.

В композитах материал неотделим от конструкции. Кокон представляет собой толстостенный цилиндр с полусферическими заглушками по торцам. К нему приложено внешнее давление (например, 650 атмосфер - корпус глубоководных аппаратов), Разработка модели кокона предполагает прогнозирование полного напряжённо-деформированного состояния макро- и микро структуры материала кокона в процессах охлаждения и отверждения изделия и затем во время его эксплуатации.

Научная новизна:

- Впервые исследованы остаточные напряжения в толстостенных намоточных цилиндрах из армированных полимеров на макро и микроуровне. Для точного прогноза локального нелинейного поведения толстостенных анизотропных намоточных цилиндрических оболочек из армированных полимеров на основе метода конечных элементов (МКЭ) с использованием реалистичных Представительных Элементов Объёма.

- Разработан нелинейный вычислительный многомасштабный алгоритм для прогнозирования остаточных локальных микронапряжений в микроструктуре (в представительном элементе) толстостенных намоточных толстостенных оболочек в процессе отверждения и охлаждения. В этом алгоритме нелинейное вязкоупругое поведения материала во времени (в каждом шаге по времени) реализуется в полимерной матрице (в представительном элементе).

- Исследовано на всех уровнях совокупное действие остаточных температурных напряжений и механической нагрузки, на стадии эксплуатации изделия.

Объект исследования. Кокон состоит из намоточного толстостенного анизотропного цилиндра с полусферическими заглушками из титана по его торцам.

Эмпирическая база. Использовались экспериментальные результаты, полученные Турусовым Р.А. с сотрудниками и В.Ф.Бабичем.

Структура исследования. Данная диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, и списка литературы.

В первой главе диссертационной работы проводится обзор научной литературы известных научных исследований по расчету остаточных напряжений и результатам экспериментальных данных. На основании анализа литературных данных обосновывается необходимость решения сформулированной выше задачи в связи с перспективной необходимостью создания толстостенных намоточных цилиндрических оболочек из армированного полимера. Наглядно отражены их преимущество по сравнению с такими структурами из металлов и сплавов. Изложен ряд проблем, возникающих при создании толстостенных намоточных оболочек. В конце этой главы

дан обзор работ, посвященных постановкам задач и методам их решения.

Вторая глава диссертации содержит применяемые методы исследования, формулировки расчетных схем, разработку физико-математических моделей, и вычислительный многоуровневый алгоритм для решения задач о напряженно-деформированном состоянии макро- и микроструктуры толстостенных композитов из армированных полимеров в процессе изготовления изделия.

В третьей главе моделируется модель кокона высокого давления (намоточный толстостенный цилиндр с полусферическими заглушками по торцам) в целом и рассчитываются остаточные температурные макро- и микронапряжения на стадии отверждения и охлаждения, а затем при действии механической нагрузки с использованием разработанного и описанного во второй главе вычислительного алгоритма.

Четвертая глава содержит выводы и обсуждение полученных результатов, в сопоставлении с результатами исследований других авторов. И в конце работы приведен список литературы.

Практическая ценность работы. Результаты диссертационной работы могут использоваться для прогноза напряженно-деформированного состояния толстостенных намоточных цилиндрических оболочек из армированных полимеров в процессах отверждения, охлаждения и эксплуатации на макро– и микроуровне. Результаты этого исследования также можно использовать для прогноза остаточных термических напряжений в макро– и микромасштабах в любых конструкциях из композиционного материала.

На защиту выносятся:

- Результаты аналитической дискретной (микро) модели для прогноза остаточных напряжений в толстостенных однонаправленных намоточных изделиях при плоском напряженном состоянии.
- Разработанные нелинейные численные многомасштабные модели для гомогенизации и локализации механического поведения композиционных материалов из армированного полимера.

- Методика и результаты решения остаточных технологических (температурных) напряжений в толстостенных намоточных цилиндрах из армированных полимеров на макро- и микро-уровнях.

- Результаты расчёта напряжённо деформированного состояния в коконе из анизотропного армированного полимера под действием внешнего давления с учетом остаточных технологических напряжений.

Методология и методы исследования. При подготовке диссертации были использованы аналитические методы и современные нелинейные многомасштабные численные методы на основе метода конечных элементов.

Апробация работы. Основные результаты исследований, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на следующих научно-технических конференциях:

– ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ, посвященная десятилетию образования ИФО МГСУ 31 марта 2015 года.

– VI МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «ДЕФОРМАЦИЯ И РАЗРУШЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И НАНОМАТЕРИАЛОВ» 10-13 ноября 2015 г. Москва, ИМЕТ РАН.

Публикации. Основные положения диссертационной работы опубликованы в 7 работах, 3 из них опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК; и, 2 статьи опубликованы в зарубежном журнале, входящем в список, индексируемых в SCOPUS и ISI Web.

Достоверность результатов. Содержащиеся в работе экспериментальные исследования трещинообразования в толстостенных гладких цилиндрических оболочках из стеклопластика однонаправленной и продольно-поперечной структуры проведены в Институте химической физики РАН (ИХФ РАН) с использованием аттестованного оборудования и поверенных средств измерений. Теоретические результаты настоящей работы не противоречат экспериментальным исследованиям и подтверждают выдвинутые гипотезы о решающем влиянии микронапряжений в монолитности толстостенных армированных полимерных цилиндров продольно-поперечной структуры.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении: представлено обоснование актуальности темы исследования и необходимость решения сформулированной выше задачи в связи с перспективной необходимостью создания толстостенных намоточных цилиндрических оболочек из армированного полимера и описана новизна диссертационной работы,

В первой главе: В первой главе диссертационной работы изложен ряд принципиальных проблем, возникающих при создании толстостенных намоточных оболочек из армированного полимера и вызванных анизотропией свойств композита и двухсвязностью полого цилиндра. Одной из основных проблем является технологическая монолитность толстостенных оболочек - т.е. образование кольцевых трещин в процессе термообработки анизотропных цилиндров. Здесь же приводится обзор научной литературы по исследованию и расчету остаточных напряжений в толстостенных намоточных изделиях.

В СССР в 1960-80-х годов несколько авторов исследовали термические макронапряжения в толстостенных намоточных цилиндрах из армированных полимеров. Например, Турусов Р.А. с сотрудниками в ИХФ РАН исследовали макронапряжения, как на этапе отверждения полимера, так и на стадии охлаждения изделия из армированного полимера, полагая, что важны обе стадии. Для композита на основе высокопрочного полимерного связующего ЭКР эта стадия оказалась решающей.. Болотин В.В. с сотрудниками и Екельчик В.С. исследовали температурные напряжения на стадии охлаждения.. Первые исследования остаточных температурных макронапряжений в толстостенных намоточных цилиндрах на западе представлены в 1980-90х годов работами Hyer M.W. and Rousseau C.Q. (1987), T.Tzeng, L.S Chien (1995), L. G. Stringer, R. J. Hayman, M. J. Hinton, M. R. Wisnom (1999) и Y. K. Kim и S.R. White. Практически все эти исследования проводились на основании представления материала армированного полимерного цилиндра в виде сплошной анизотропной среды, термоупругие параметры которой рассчитывались и усреднялись по тем или иным формулам смеси.

Далее представлены результаты экспериментов по исследованию трещинообразования в толстостенных намоточных цилиндрах. Результаты

экспериментов показали что, растягивающие остаточные напряжения в толстостенных намоточных оболочках возможно больше чем полученных результатов по анализу методом сплошной анизотропной среды. Поэтому, в отличие от известных подходов, здесь анизотропный цилиндр представлен в виде дискретной модели – чередующихся колец из полимера и армирующего материала (см. рис. 2). Как видно из рис. 3, радиальные напряжения в цилиндре, рассчитанные по дискретной модели (микромодели) почти в 3 раза превышают радиальные напряжения, рассчитанные по модели анизотропной сплошной среды. Эти результаты подтвердили необходимость исследований и разработки метода расчёта напряженно-деформированного состояния не только на макроуровне, но и на микроуровне.

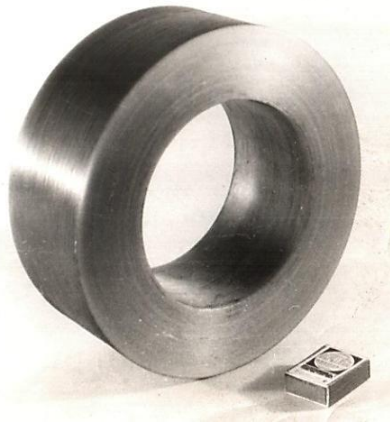


Рис. 1. Монолитный (без трещин) толстостенный однонаправленный намоточный цилиндр.

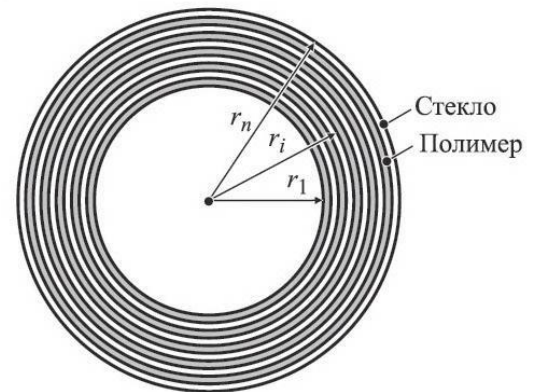


Рис. 2. Дискретная модель однонаправленного намоточного цилиндра.

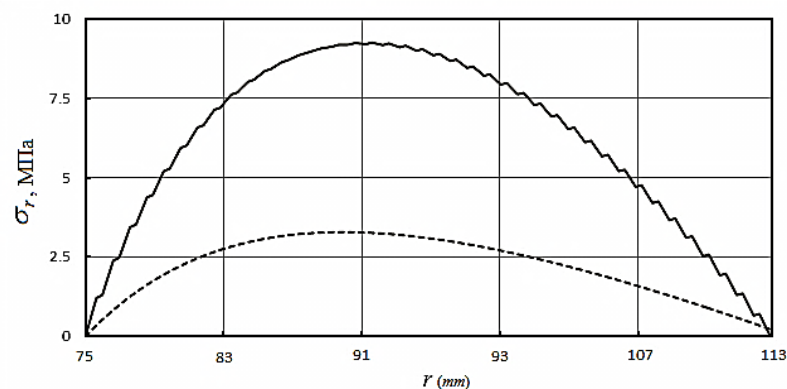


Рис. 3. Зависимость радиального напряжения от радиуса для однонаправленного намоточного цилиндра относительной толщины 50%. Дискретная модель – ступенчатая кривая, ортотропная сплошная среда – штриховая кривая.

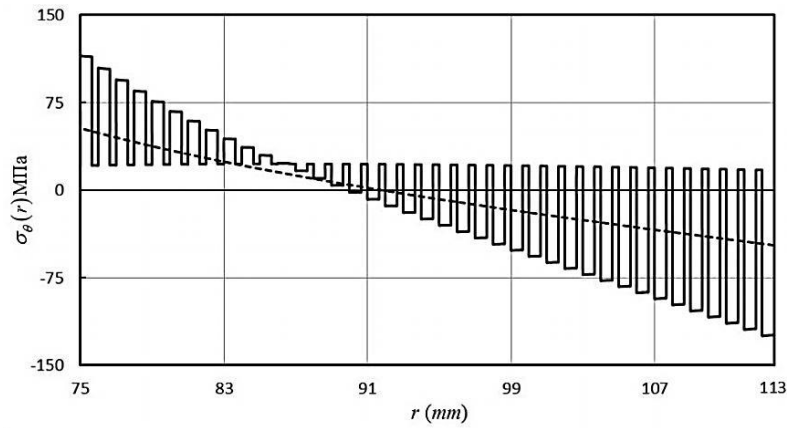


Рис. 4. Зависимость окружных напряжений от радиуса Дискретная модель – ступенчатая сплошная кривая, ортотропная сплошная среда – штриховая кривая.

Во второй главе: в начале, излагаются математические основы многомасштабного – от микроструктуры до сплошной среды - подхода к расчету напряженно-деформированного состояния в композиционных материалах на макро и микроуровнях. Композиционные материалы обычно имеют периодическую структуру или структуру, близкую к ней, поэтому здесь мы будем рассматривать процессы в средах с периодической структурой. Периодичность означает, что если мы рассмотрим тело Ω с периодической структурой и с механической или физической характеристикой f , то имеем:

$$\text{if } x \in \Omega \text{ and } (x + Y) \in \Omega \Rightarrow f(x+Y) = f(x) \quad (1)$$

где Y - период структуры. Поэтому функции f являются Y -периодическими функциями вектора положения x . Пусть x обозначает глобальную структуру или макрокоординату, а y обозначает локальную структуру или координату микроструктуры. Две координаты связаны соотношением $y_i = x_i/s$. Таким образом, асимптотическое решение задачи следует искать в виде рядов по степеням малого параметра s с коэффициентами, зависящими как от переменных x (обычно называемых медленными, или макроскопическими), так и от переменных $y_i = x_i/s$ (быстрых, или микроскопических). Таким образом, поля в периодической среде $f(x) = f(x, y)$ аппроксимируются в виде двухмасштабных асимптотических разложений:

$$f_i^s(x_i, y_i) = f_i^{(0)}(x_i, y_i) + s f_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 f_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \quad (2)$$

Медленные переменные соответствуют глобальной (макро) структуре полей, а быстрые переменные соответствуют их локальной т.е. (микро) структуре. Функция $f^{(0)}$ в (2) не зависит от быстрых переменных и является макроскопическим или средним значением поля.

Рассмотрим постановку краевых задач теории термоупругости в периодической сплошной среде. В общем случае уравнения равновесия и граничные условия для квазистатической задачи, будут иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j} + f_i = 0 ; \quad \sigma_{ij}^s n_j = t_i \text{ на } \Gamma_t ; \quad u_i^s = \bar{u}_i \text{ на } \Gamma_u \\ \frac{\partial q_i^s}{\partial x_i} - r = 0 ; \quad -q_i^s n_i = \bar{q}_i \text{ на } \Gamma_q ; \quad T^s = \bar{T} \text{ на } \Gamma_T \\ \sigma_{ij}^s = C_{ijkl}^s \varepsilon_{ij}(u^s) - \beta_{ij}^s T \\ q_i^s = -k_{ij}^s \frac{\partial T^s}{\partial x_j} \end{array} \right. \quad (3)$$

Где C_{ijkl}^s является матрицей жесткости, q_i, k, T – плотности теплового потока, коэффициент теплопроводности и температура. $\beta_{ij}^s = C_{ijkl}^s \alpha_{kl}$, где α_{kl} является тензором коэффициентов теплового расширения. Для решения механической задачи мы будем использовать асимптотические разложения для перемещений, температур, напряжений, деформаций и тепловых потоков. Тогда решение уравнений равновесия для квазистатической задачи ищутся в виде:

$$\begin{aligned} u_i^s(x_i, y_i) &= u_i^{(0)}(x_i, y_i) + s u_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 u_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \\ T_i^s(x_i, y_i) &= T_i^{(0)}(x_i, y_i) + s T_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 T_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \\ \sigma_i^s(x_i, y_i) &= \sigma_i^{(0)}(x_i, y_i) + s \sigma_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 \sigma_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \\ \varepsilon_i^s(x_i, y_i) &= \varepsilon_i^{(0)}(x_i, y_i) + s \varepsilon_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 \varepsilon_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \\ q_i^s(x_i, y_i) &= q_i^{(0)}(x_i, y_i) + s q_i^{(1)}(x_i, y_i) + s^2 q_i^{(2)}(x_i, y_i) + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Пренебрежём членами высших порядков малости разложения (4) и применим правила дифференцирования сложной функции в асимптотическом разложении. Подставим полученные результаты в (3), и после сбора слагаемых с одинаковыми степенями s , получим систему дифференциальных уравнений. Наконец, эффективные, определяющие уравнения для механических и тепловых задач могут быть записаны в следующей форме:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{ij} &= C_{ijkl}^H \varepsilon_{kl}^{(0)}(u) - \beta_{ij}^H T^{(0)} \\ \bar{q}_i &= -k_{ij}^H \left(\frac{\partial T^{(0)}}{\partial x_j} \right)\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь гомогенизированная упругая матрица C_{ijkl}^H , термоупругие коэффициенты β_{ij}^H и гомогенизированная матрица теплопроводности k_{ij}^H вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}C_{ijkl}^H &= \frac{1}{|V|} \int_V \left(C_{ijkl}^s - C_{ijmn}^s \frac{\partial M_m^{kl}}{\partial y_n} \right) dV \\ \beta_{ij}^H &= \frac{1}{|V|} \int_V \left(\beta_{ij}^s - C_{ijkl}^s \frac{\partial N_k}{\partial y_l} \right) dV \\ k_{ik}^H &= \frac{1}{|V|} \int_V \left(k_{ik}^s - k_{ij}^s \frac{\partial X^k}{\partial y_j} \right) dV\end{aligned}\quad (6)$$

Для того чтобы определить с помощью гомогенизированных матриц свойства материала, необходимо получить численное решение задач на элементарной ячейке, или иначе, в Объёме Представительного Элемента. В связи с этим Периодические граничные условия задаются на противоположных сторонах модели.

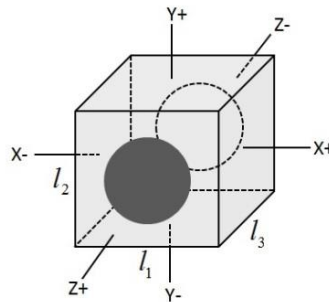


Рис. 5. Представительный Объемный Элемент (ПОЭ) для однонаправленного армированного композита.

Это означает, что значения поля по обе стороны границы ПОЭ $x+/x-$, $y+/y-$ и $z+/z-$ полностью совпадают, как показано на рис. 5. Из асимптотических разложений для перемещения условия периодичности на границах определяется формулой:

$$\begin{aligned} u_i^{j+} &= \varepsilon_{ik}^0 x_k^{j+} + u_i^{(1)} \\ u_i^{j-} &= \varepsilon_{ik}^0 x_k^{j-} + u_i^{(1)} \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь индекс " $j+$ " означает положительное направления X_j и " $j-$ " означает отрицательное направление X_j . Разница между этими двумя указанными уравнениями:

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \varepsilon_{ik}^{(0)} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \varepsilon_{ik}^{(0)} \Delta x_k^i \quad (8)$$

Для температурных задач и для определения эффективных тепловых матриц материалов k_{ik}^H принимаем температурные периодические граничные условия. Для кубического ПОЭ, как показано на рис.5, температуры на паре противоположных сторон представлены соотношением (9):

$$T^{j+} - T^{j-} = \frac{\partial T^0}{\partial x_i} (x_k^{j+} - x_k^{j-}) \quad (9)$$

В целом, решение систем таких уравнений для любой геометрии изделий аналитическими методами практически невозможно. Поэтому численные методы, как, например, метод конечных элементов, как наиболее эффективные, обычно используются для решения подобных задач.

Таким образом, общую систему дифференциальных уравнений теплопроводности в матричной форме можно написать следующим образом:

$$\mathbf{C}^H \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{H}^H \mathbf{T} = \mathbf{R}(\mathbf{T}) \quad (10)$$

Здесь \mathbf{C}^H , \mathbf{H}^H и $\mathbf{R}(\mathbf{T})$ эффективная матрица теплоёмкости, эффективная матрица теплопроводности и глобальная остаточная функция для узловых температур. Общая формулировка нелинейного метода конечных элементов для расчета задачи гомогенизации по определению напряженно-деформированного состояния можно записать в виде:

$$\mathbf{B} \mathbf{D}^H \mathbf{B}^T \Delta \mathbf{u} = F_{ext}^{n+1} - F_{ext}^n \quad (11)$$

Здесь \mathbf{D}^H эффективная матрица характеристик материала (содержащая параметры материала).

Связь между приращенными напряжениями и деформациями для полимерного связующего может иметь вид:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}(T)(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^T - d\varepsilon_{kl}^c - d\varepsilon_{kl}^s) \quad (12)$$

Где $d\varepsilon$ — прирост полной деформации, $d\varepsilon^T$ — прирост температурной деформации, $d\varepsilon^c$ — прирост деформации ползучести и $d\varepsilon^s$ — прирост деформации химической усадки. Для вязкоупругих деформаций здесь применяется выведенное из молекулярных представлений о деформации физически нелинейное обобщенное уравнение Максвелла—Гуревича, которое в общем случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}^c &= \frac{f}{\eta^*} \\ \frac{1}{\eta^*} &= \frac{1}{\eta} \exp\left(\frac{|f_{\max}|}{m}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}^c$ — скорость неупругой деформации. Это могут быть вынужденные высокоэластические деформации в полимерах, обратимые не в фазе с напряжением или вязкие необратимые (по другой терминологии – остаточные) деформации, например, в обычных металлах. f — функция напряжений. Таким образом, обобщенное нелинейное уравнение Максвелла—Гуревича для вязкоупругих деформаций имеет вид:

$$\frac{\partial \varepsilon_s^c}{\partial t} = \frac{\frac{3}{2}(\sigma - \sigma_m) - \varepsilon_s^c E_{\infty s}}{\eta_{0s}} \exp\left(\frac{\left|\frac{3}{2}(\sigma' - \sigma_m) - E_{\infty s} \varepsilon_s^c\right|}{m_s}\right) \quad (14)$$

Здесь σ_m — среднее напряжение; $E_{\infty s}$ — модуль вязкоупругости (вынужденной высокоэластичности). В случае остаточных деформаций он равен нулю. η_0 — коэффициент начальной релаксационной вязкости, σ' — главные напряжения и m_s — модуль скорости. Буква s внизу обозначает номер члена спектра неупругой деформации полимера.

Физически нелинейное дифференциальное уравнение связи (14) очень удобно для численного решения вязкоупругой задачи, когда $\Delta t = t_n - t_{n-1}$ и неупругая деформация вычисляется методом итераций:

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon^c &= \dot{\varepsilon}_n^c \Delta t \\ \Delta \varepsilon^c &= \sum_{s=1}^2 \Delta \varepsilon_s^c \\ \varepsilon_n^c &= \varepsilon_{n-1}^* + \Delta \varepsilon_n^*\end{aligned}\quad (15)$$

Здесь, предлагается численный многомасштабный алгоритм на основе метода конечных элементов для прогноза термомеханических напряжений, возникающих в процессе отверждения и охлаждения толстостенных композиционных материалов на макро - и микроуровнях. В связи с этим здесь, в отличие от других методов решения, вязкоупругие деформации в полимерной матрице на каждом шаге по времени вычисляются на микроуровне, т.е. в ПОЭ.

Сначала, макроскопические деформации ε_{n+1}^m вычисляются на любых точках интеграции макроструктурой с учетом упругого поведения материала для интервала времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$. Затем упругие деформации и деформации ползучести и полная деформация для полимерной матрицы вычисляются на ПОЭ. Потом средние величины полных деформации и напряжений $\bar{\varepsilon}_{n+1}$ и $\bar{\sigma}_{n+1}$ в ПОЭ для интервала времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ вычисляются по методу усреднения деформации по объему ПОЭ. Усреднения деформаций и напряжений по объему определяется по формулам:

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{n+1} &= \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{n+1} dV = \frac{\sum [\varepsilon_{n+1}]_i V_i}{\sum V_i} \\ \bar{\sigma}_{n+1} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{n+1} dV = \frac{\sum [\sigma_{n+1}]_i V_i}{\sum V_i}\end{aligned}\quad (16)$$

Здесь V_i — объём i -го элемента и $[\varepsilon]_i$ — средние деформации в i -ом элементе. После вычисления полных деформации и напряжений ($\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\sigma}$) (черта сверху означает операцию усреднения по объему) на ПОЭ в конце интервала времени Δt можно вычислять вязкоупругую матрицу поведения материала \mathbf{D}_{n+1} по формуле:

$$\mathbf{D}_{n+1} = \frac{\bar{\sigma}_{n+1}}{\bar{\varepsilon}_{n+1}} \quad (17)$$

Затем ведется расчет для следующего шага времени на макроуровне с использованием вязкоупругой матрицы поведения материала из (17).

Далее представлен численный алгоритм (см. рис. 6.) для двухмасштабного анализа напряженно-деформированного состояния толстостенного композиционного

материала методом конечных элементов для интервала времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ и изменения температуры $\Delta T = T_{n+1} - T_n$.

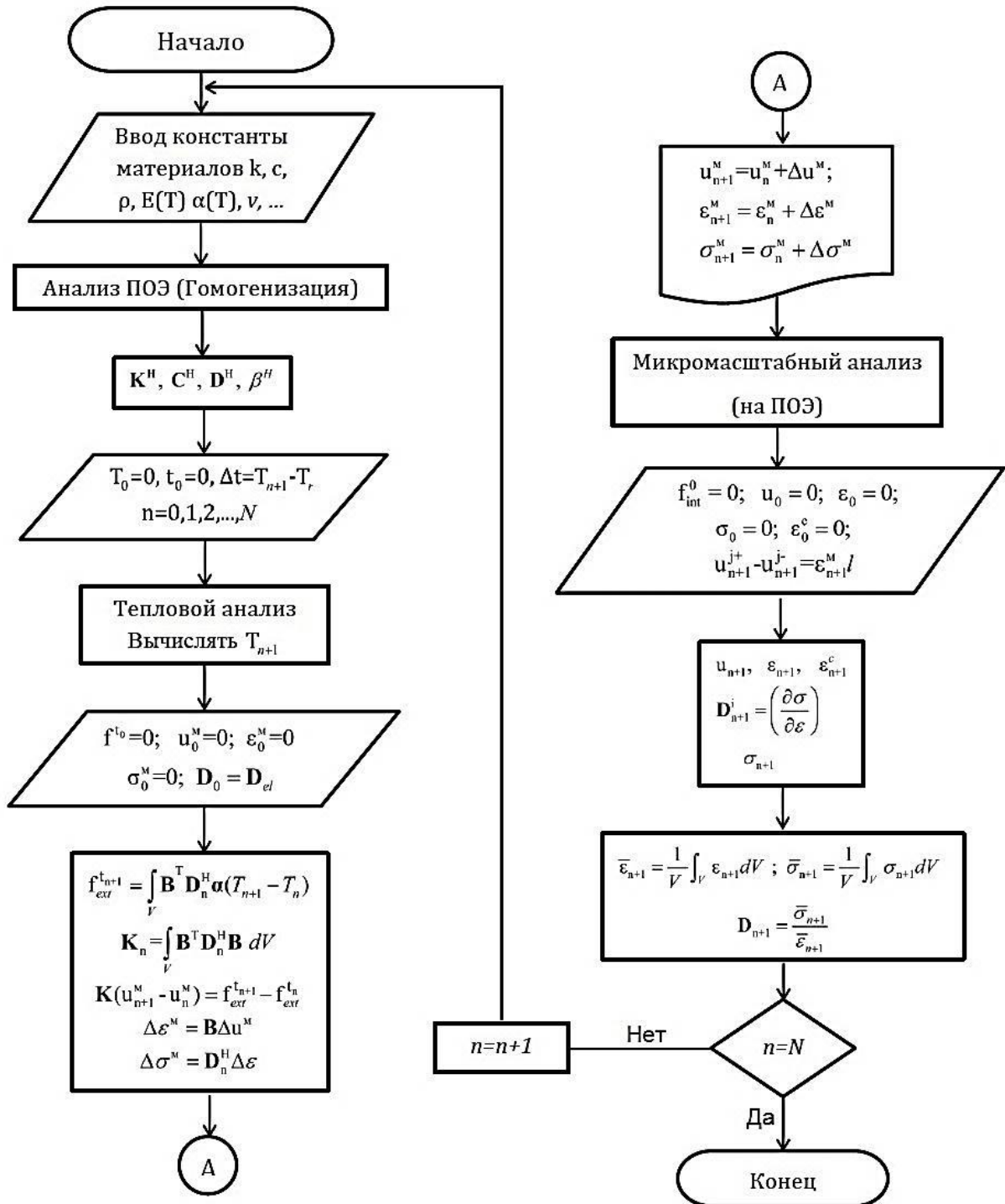


Рис. 6. Численный двухмасштабный алгоритм для анализа НДС на макро- и микроуровне.

В третьей главе моделировался толстостенный кокон высокого давления, применяемый для баллонов и погружных структур из армированного полимера (стеклопластика). Здесь рассчитывались технологические остаточные напряжения,

возникающие в процессе его изготовления на микро и макроуровне с использованием многомасштабного численного алгоритма.

Простая модель толстостенного цилиндрического корпуса высокого давления состоит из толстостенного намоточного композиционного цилиндра в середине с полусферическими заглушками по торцам, как показано на рис. 7. Форма толстостенного кокона высокого давления представляет собой предельно простую в изготовлении конструкцию.

Как известно в цилиндрических оболочках под действием внутреннего и внешнего давления, окружное напряжение σ_θ почти в два раза больше осевого напряжения σ_z . Таким образом, цилиндр продольно-й структуры (или намотки) $[90^\circ_2/0^\circ]_n$ представляет собой продольно-поперечный композит, у которого число слоев по окружности $[90^\circ]$ вдвое больше числа слоев в осевом направлении $[0^\circ]$. Т.е. можно создавать композиционный цилиндр из ортотропного или анизотропного материала, который почти в два раза прочнее и жестче в кольцевом направлении,

чем в продольном направлении. Допустим, каждый продольный слой состоит из 4 монослоев и каждый поперечный слой состоит из 2 монослоев ($[90^\circ_4/0^\circ_2]_n$). Схема такой структуры и её представительный объёмный элемент показаны на рис. 8. Объёмная доля волокон 55%.

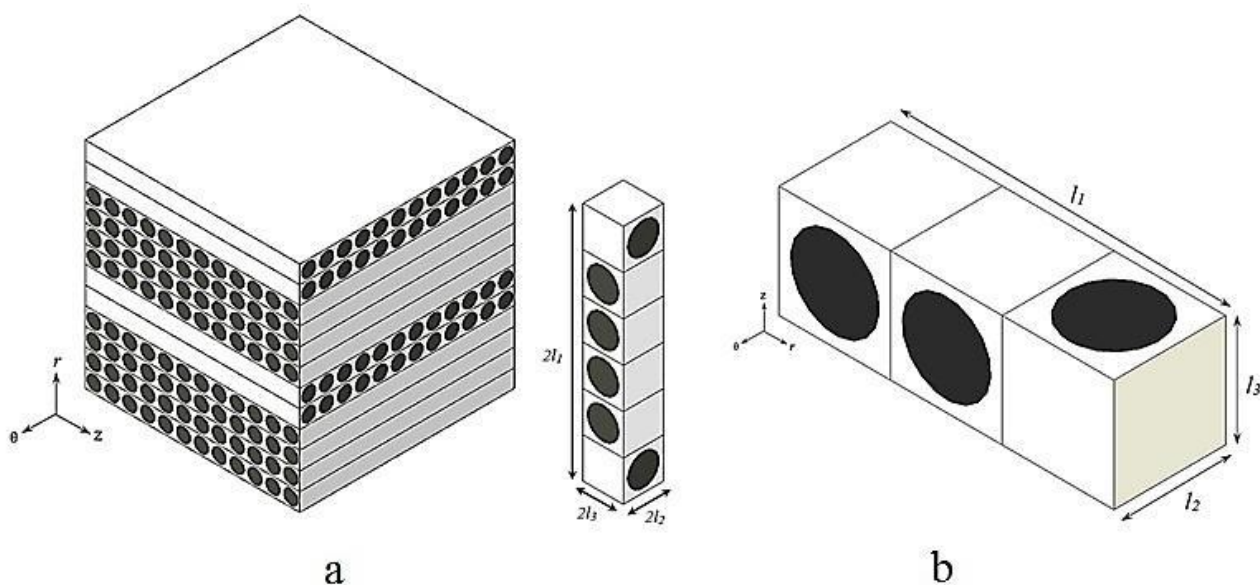


Рис. 8. **а**—схема армированного полимера с продольно-поперечной структурой $[90^\circ_4/0^\circ_2]_n$ и его представительный объёмный элемент. **б**— $\frac{1}{2}$ симметричная модель ПОЭ.



Рис. 7. Схема толстостенного кокона высокого давления с металлическими полусферическими заглушками по торцам.

Если размер элементарной ячейки $l_1 \times l_2 \times l_3$, то для определения компонентов матрицы поведения однородного материала используем набор макро деформаций ε_{ij}^M . Например, периодические граничные условия для определения эффективного модуля E_r имеют вид:

$$u(l_1, \theta, z) - u(0, \theta, z) = \varepsilon_{11}^M; \quad (18)$$

Используя формулы усреднения, можно вычислять усредненные деформации и напряжения по объему, и затем эффективные модули материала и компоненты (константы) C_{ij} .

Для определения эффективных коэффициентов линейного температурного расширения (КЛТР) композита, используется равномерная температурная нагрузка на элементарную ячейку композита. Таким образом, эффективные коэффициенты линейного теплового расширения определяются следующим образом:

$$\alpha_{ii} = \frac{\bar{\varepsilon}_{ii}}{\Delta t} \quad (19)$$

Используя температурные периодические граничные условия (9), усреднение плотности теплового потока \bar{q} и градиент температуры по объёму вычисляем как обычно:

$$\bar{q} = \frac{1}{V} \int_V q dV = \frac{1}{S} \int_S q \cdot n dV \quad \bar{g} = \frac{1}{V} \int_V \nabla T dV = \frac{1}{S} \int_S T \cdot n dV \quad (20)$$

Таким образом, эффективная теплопроводность может быть вычислена следующим образом:

$$k = \frac{\bar{q}}{\bar{g}} \quad (21)$$

Рассмотрим длинный цилиндр из армированного полимера (стеклопластика), намотанный на оправку с внутренним радиусом цилиндра $r_1 = 100$ см. Внешний радиус цилиндра $r_2 = 135$ см, длиной 800 см. Толщина стальной оправки 4 см (внутренний радиуса оправки $r_0 = 96$ см). Задача решалась при следующих общих начальных условиях:

$$T_0 = 20^\circ \text{C}; T_M = 150^\circ \text{C}; t_0 = 0; T(t_0, r, \theta, z) = T_0;$$

Начальные и граничные условия:

$$\sigma_r(r_0) = 0; \sigma_r(r_2) = 0; \sigma_z(0) = 0; \sigma_z(L) = 0;$$

$$T(t, r_0, \theta, z) = T(t, r_2, \theta, z) = \begin{cases} T_0 + v_1 \cdot t & 0 < t < t_1 \\ T_M & t_1 \leq t \leq t_2 \\ T_M - v_2 \cdot t & t_2 < t < t_3 \end{cases}$$

$$T(t, r, \theta, L) = T(t, r, \theta, 0) = \begin{cases} T_0 + v_1 \cdot t & 0 < t < t_1 \\ T_M & t_1 \leq t \leq t_2 \\ T_M - v_2 \cdot t & t_2 < t < t_3 \end{cases}$$

где T_M — максимальная температура отверждения, v_1 — скорость отверждения, v_2 — скорость охлаждения и $(t_2 - t_1)$ — время выдержки при температуре отверждения.

Расчеты проводилось для $T_0 = 20^\circ \text{C}$ и $T_M = 150^\circ \text{C}$.

Рассматриваются следующие задачи: первая – для случая, когда существует непрерывный контакт между оправкой и композитом и вторая – оправка не приклеена к намотанному на нее композитному толстостенному цилиндру (в реальном случае для толстостенных намоточных цилиндров, цилиндр отходит от оправки в ходе процесса охлаждения). Скорость отверждения и охлаждения $1^\circ \text{C}/\text{мин}$. Расчеты проводились в программном с помощью программного комплекса ABAQUS и FORTRAN.

На рис .9 и 10 представлены график зависимости максимальных остаточных, макронапряжений σ_r и σ_θ от времени в цилиндре в процессе отверждения и охлаждения для случая, когда оправка не приклеена к намотанному на нее композитному толстостенному цилиндру.

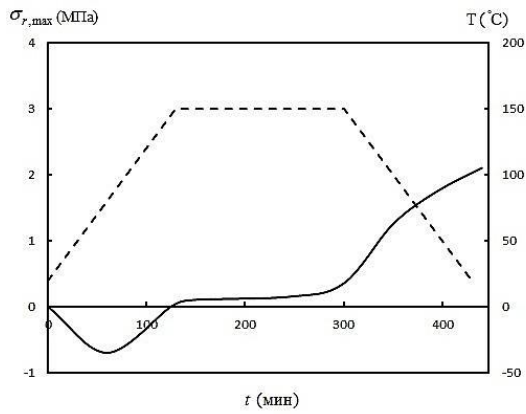


Рис. 9. Изменение температуры (штриховая кривая) и максимальных остаточных радиальных макронапряжений от времени в процессе отверждения и охлаждения, (цилиндр без оправки).

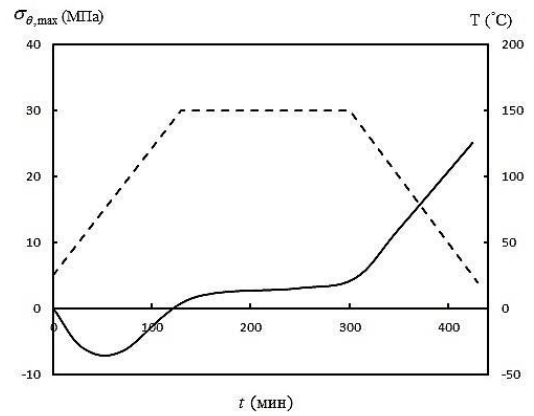


Рис. 10. Изменение температуры (штриховая кривая) и максимальных остаточных окружных макронапряжений от времени в процессе отверждения и охлаждения, (цилиндр без оправки).

Далее на рис.11 и 12 представлены график зависимости максимальных остаточных, макронапряжений σ_r и σ_{θ} от времени в цилиндре в процессе отверждения и охлаждения для случая, когда существует непрерывный контакт между оправкой.

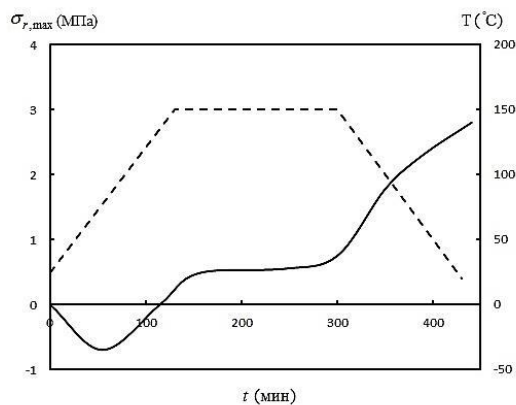


Рис. 11. Изменение температуры (штриховая кривая) и максимальных остаточных радиальных макронапряжений от времени в процессе отверждения и охлаждения, (цилиндр на стальной оправке).

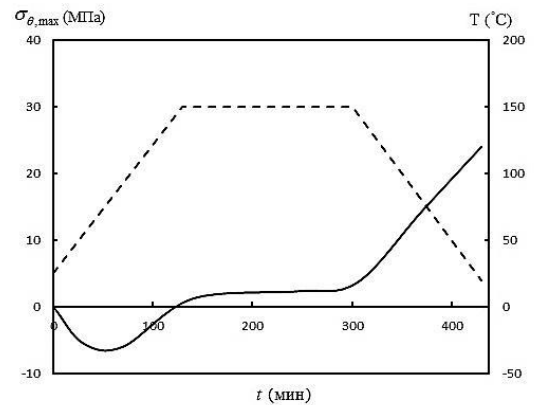


Рис. 12. Изменение температуры (штриховая кривая) и максимальных остаточных радиальных макронапряжений от времени в процессе отверждения и охлаждения, (цилиндр на стальной оправке).

Далее на рис. 13 – 15 представлены поля микронапряжения в ПОЭ в трех различных зонах по толщине цилиндра ($r=101cm$, $r=117cm$ и $r=134cm$) в центре цилиндра $L=400cm$ (по длине) в конце процесса создания (отверждения и охлаждения) для случая, когда оправка не приклеена к толстостенному цилиндру.

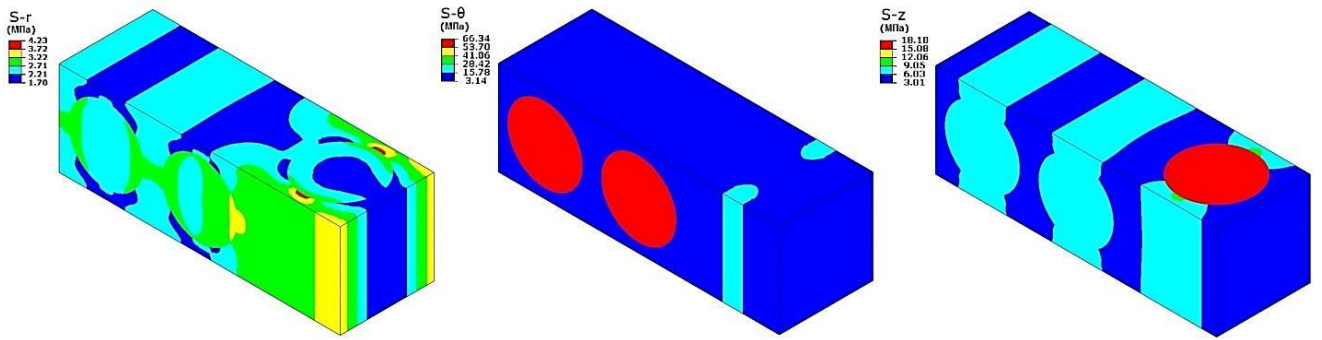


Рис. 13. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=101$ см, $L=400$ см).

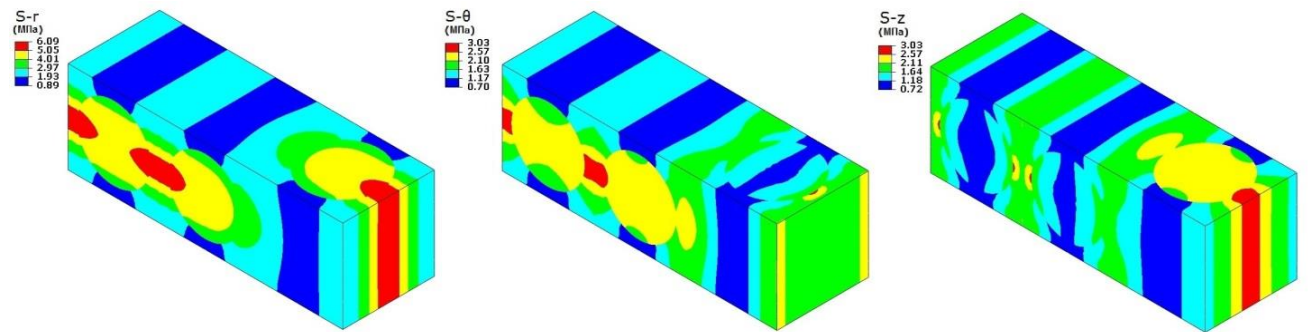


Рис. 14. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=117$ см, $L=400$ см).

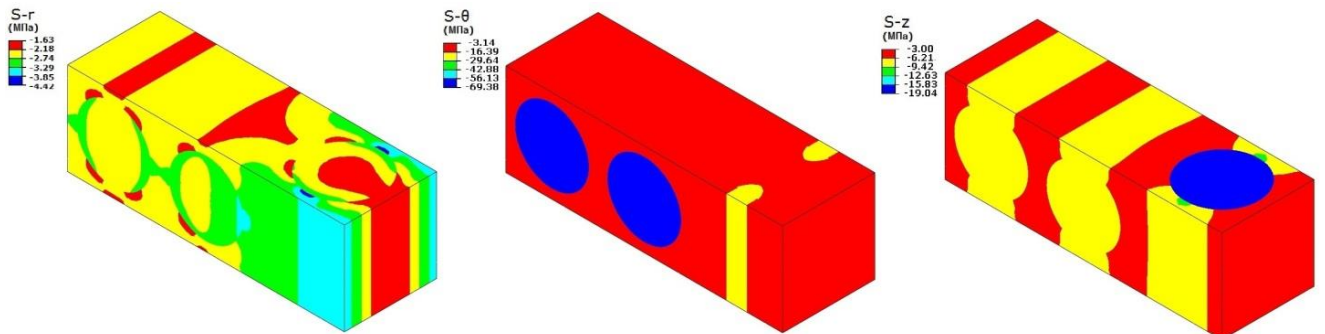


Рис. 15. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=134$ см, $L=400$ см).

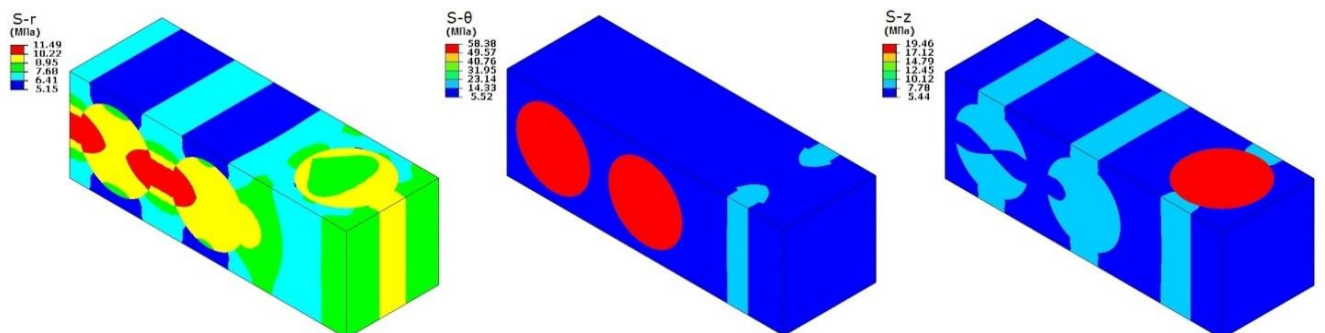


Рис. 16. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=101$ см, $L=400$ см).

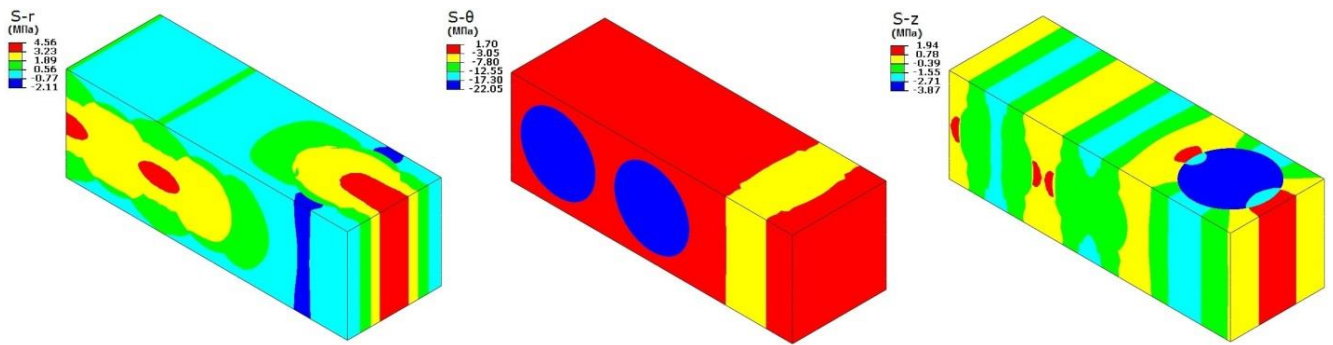


Рис. 17. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=117\text{см}$, $L=400\text{ см}$).

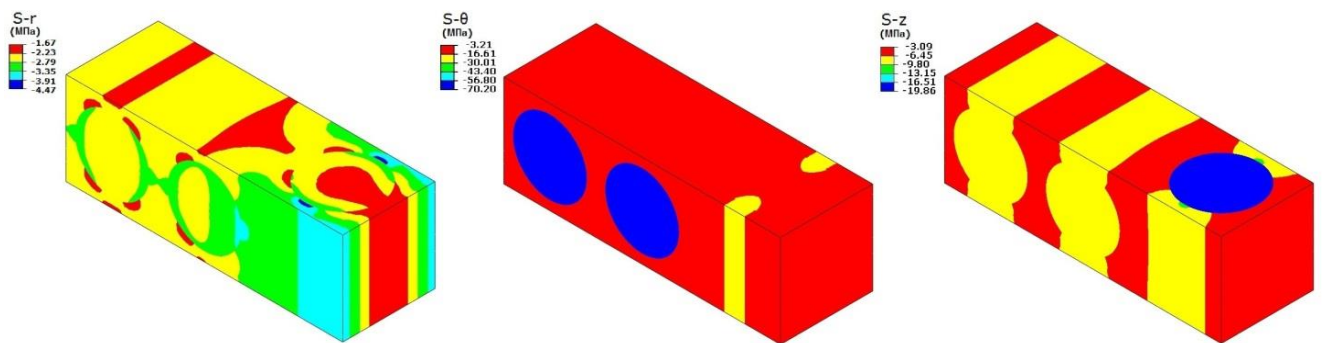


Рис. 18. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=134\text{см}$, $L=400\text{ см}$).

На рис. 16 – 18 представлены поля микронапряжения в ПОЭ в конце процесса создания (отверждения и охлаждения) для случая, когда существует непрерывный контакт между цилиндром и оправкой.

Далее рассматривается напряжено-деформированного состояние в толстостенном коконе (корпусе высокого давления) под механической нагрузкой с учетом остаточных напряжений, возникающих в процессе изготовления композиционного цилиндра. Здесь предполагается, что этот кокон разработан для сопротивления гидростатическому внешнему давлению до 65 МПа (эквивалентная глубина 6500 метров).

На рис. 19 и 20 графически показано распределение макронапряжений в коконе при внешнем давлении 65 МПа. Далее на рис. 22 и 23 представлены поля микронапряжения в ПОЭ с учётом остаточных температурных напряжений, возникающих в процессе создания изделия.

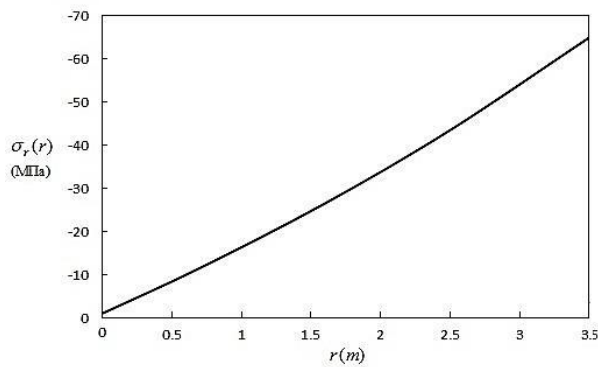


Рис. 19. Зависимость радиальных макронапряжений от толщины (по радиусу) в середине длины кокона при внешнем давлении 65 МПа.

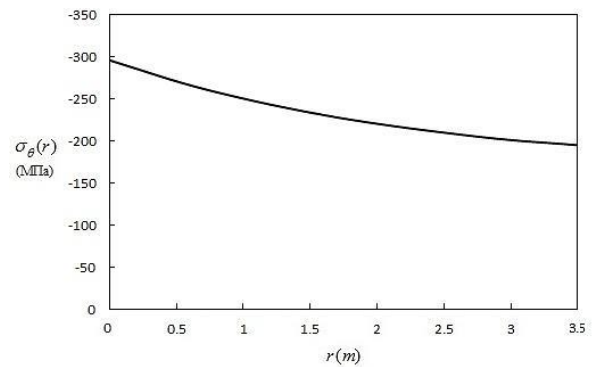


Рис. 20. Зависимость окружных макронапряжений от толщины (по радиусу) в середине длины кокона при внешнем давлении 65 МПа.

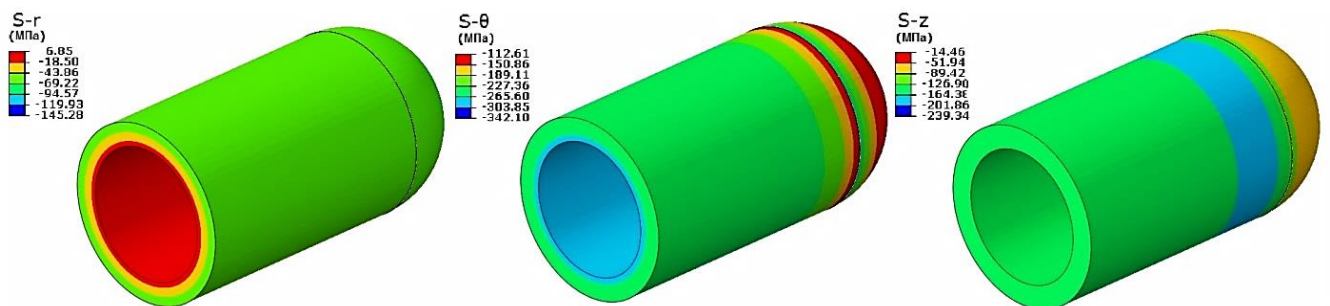


Рис. 21. Распределение радиальных, окружных и осевых макронапряжений в коконе при внешнем давлении.

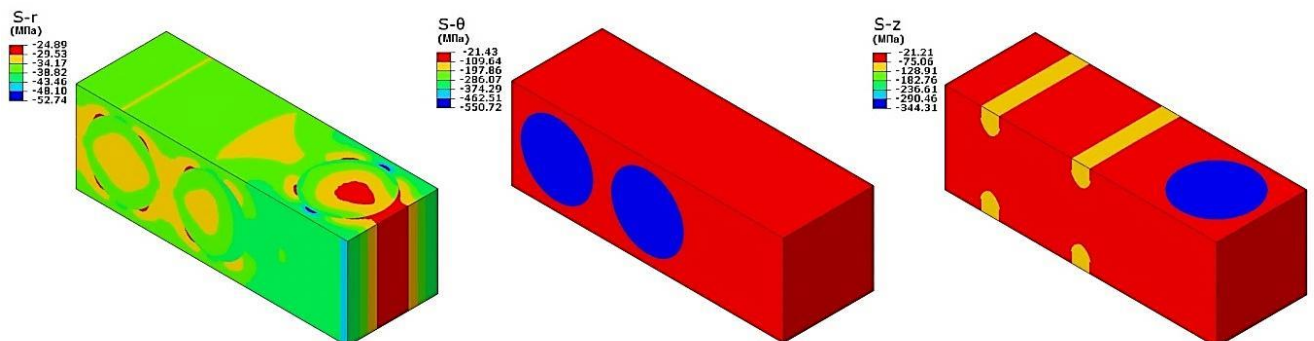


Рис. 22. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=101$ см, $L=400$ см).

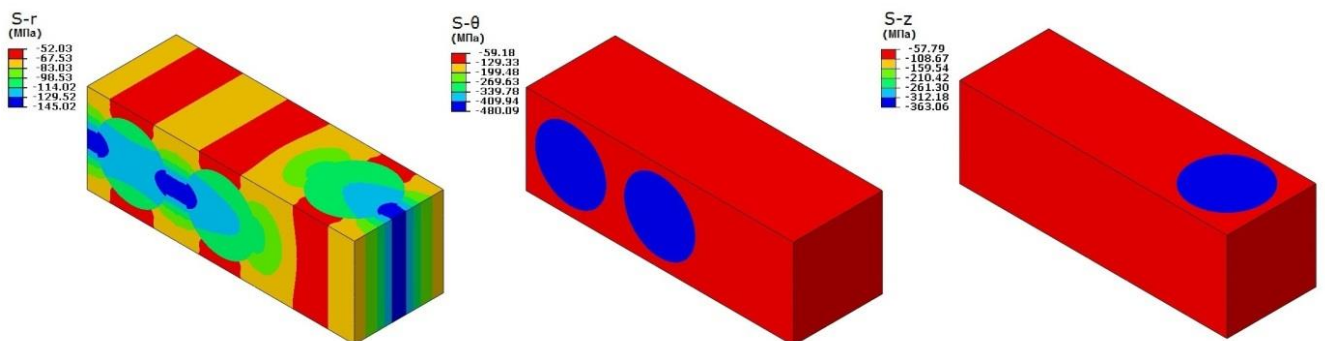


Рис. 23. Распределение радиальных, окружных и осевых микронапряжений в ПОЭ, ($r=134$ см, $L=400$ см).

Как показано на рис. 9 – 11 в начале стадии отверждения из-за анизотропии коэффициента температурного расширения в изделии возникают сжимающие радиальные напряжения. В дальнейшем начинается химическая усадка полимера, и знак радиальных напряжений определяется соотношением величины температурного расширения и химической усадки. На стадии охлаждения в цилиндре возрастают растягивавшие радиальные макронапряжения из-за увлечения жесткости материала и температурной усадки. Растягивающие радиальные макронапряжения превышают растягивающие радиальные макронапряжения в случае, когда оправка не приклеена к композитному.

В четвертой главе: подведены общие итоги исследования и изложены выводы диссертационной работы.

На основании полученных в диссертации результатов по исследованию кинетики напряженно-деформированного состояния толстостенных анизотропных оболочек из армированного полимера можно сделать следующие **выводы:**

- разработана аналитическая асимметричная модель для определения микронапряжений в однонаправленных намоточных цилиндрах.
- расчеты остаточных напряжений в процессе охлаждения однонаправленного намоточного цилиндра показывают, что радиальные напряжения в дискретной модели (многослойный цилиндр, в котором чередуются тонкие слои стекла и полимера) значительно превышают напряжения в модели ортотропной сплошной среды. Они оказались близкими к микронапряжениям, что может существенно облегчить оценки опасных напряжений.
- для выяснения реально опасных микронапряжений в крупно масштабных элементах конструкций из армированных полимеров предложен двух уровневый подход для нахождения поля макронапряжений и микронапряжений в интересующих исследовательских подозрительных зонах.
- разработан нелинейный численный многомасштабный (многоуровневый) метод решения для прогноза напряженно-деформированного состояния в толстостенных

намоточных оболочках из армированных полимеров (при создании и эксплуатации) на макро– и микроуровне.

- для описания неупругого поведения во времени полимерной матрицы в композите использовалось физически нелинейное дифференциальное уравнение связи Максвелла – Гуревича, хорошо зарекомендовавшее себя в описании механического поведения гомогенных и армированных полимеров.

- в расчетах учитывалась зависимость упругих и релаксационных констант от температуры и глубины отверждения.

- расчеты остаточных напряжений по модели сплошной анизотропной среды, когда константы материала определяются по широко известным формулам смеси, не отражают в полной мере сложное напряженное состояние толстостенных оболочек. Они способны отражать средние напряжения в композите и не могут передать локальную картину величин и распределения напряжений в матрице и волокне.

- величина максимальных растягивающих радиальных макро и микронапряжений, представляющих наибольшую опасность для монолитности, зависит от типа контакта (приклеена или нет) между оправкой и намоточным цилиндром.

- результаты двухмасштабного анализа показали, что величина микронапряжений, в некоторых зонах ПОЭ, в несколько раз превышает макронапряжения в этих зонах.

- наибольшую опасность представляют области растянутого состояния матрицы, являющегося следствием анизотропии на макроуровне плюс неоднородности на микроуровне.

- результаты расчетов, выполненные по методу сеток, близки к результатам, полученным по методу конечного элемента.

- вычисление напряжений на макро и микроуровнях приложимы к реальным элементам конструкций. В работе это продемонстрировано на трехмерной модели кокона, состоящего из толстостенного намоточного цилиндра из армированного полимера и торцевых заглушек из титана.

• показано, что для кокона под действием внешнего давления, остаточные технологические напряжения являются благоприятными, так как компенсируют часть механических радиальных и окружных напряжений при эксплуатации.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Турусов Р.А., Мемарианфард Х. Дискретная модель в анализе остаточных напряжений однонаправленных намоточных цилиндров из армированного пластика в процессе охлаждения // Вестник МГСУ. 2015. № 1. С. 27—35.

2. R.A Turusov., H. Memarianfard, Numerical Prediction of Residual Stresses in Open-Ended Thick-Walled Cross-Ply Filament Wound Fiber-Reinforced Cylinders // Вестник МГСУ. 2015. № 11. С. 80—89.

3. Мемарианфард Х., Турусов Р.А. Напряженно-деформированное состояние толстостенных намоточных цилиндров на макро-, мезо- и микроуровне при охлаждении // МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ. — 2016. — Т. 52, № 3. — С. 577–590.

4. R.A. Turusov., H. Memarianfard, Stress-Strain State of Thick-Walled Filament-Wound Cylinders at the Macro-, Meso-, and Microscales During Cooling // Mechanics of Composite Materials, Vol. 52, No. 3, July, 2016, pp 411–420.

5. Мемарианфард М., Турусов Р.А., Мемарианфард Х. Численные и экспериментальные исследования монолитности толстостенной анизотропной оболочки // Вестник МГСУ. 2016. № 7. С. 36—45.

6. Мемарианфард Х., Турусов Р.А, Многомасштабный анализ остаточных напряжений, возникающих в процессе охлаждения однонаправленных толстостенных намоточных цилиндров // МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ. — 2016. — Т. 52, № 4 Июль — август. С. 737—750.

7. H. Memarianfard, R. A. Turusov., A Multiscale Analysis of the Residual Stresses Occurring During Cooling of Thick-Walled Unidirectionally Filament-Wound Cylinders // Mechanics of Composite Materials, Vol. 52, No. 4, September, 2016. pp 521–530.