ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Юрина Юрия Викторовича «Моделирование деформаций ползучести многослойных тонких пластин методом асимптотического осреднения», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

В настоящее время метод асимптотического осреднения получает все более широкое распространение в задачах моделирования процессов в конструкциях, содержащих два и более масштаба. Базис метода применительно к неоднородным средам с периодической структурой был заложен в работах Н. С. Бахвалова, Э. Санчес-Паленсии, Г. Папаниколау, Ж. Л. Лионса и др. В дальнейшем метод эффективно применялся при решении широкого спектра задач для многомасштабных гетерогенных сред. Для двумасштабных задач метод основывается на построении решения в форме асимптотического разложения по степеням малого параметра, определяющего соотношение между масштабами и на применении специализированной процедуры осреднения, позволяющей свести исходную задачу к рекуррентным последовательностям задач заданных в областях соответствующих масштабов. Указанная возможность «разделения» масштабов позволяет при численной реализации решения задач, к которым приводит метод осреднения, существенно снизить вычислительную сложность по отношению к прямому численному решению исходной задачи. Данное преимущество, а также возможность строгого обоснования асимптотических свойств полученного с помощью метода приближенного решения (которое можно получить с любой наперед заданной точностью), делает его привлекательным, в частности, при моделировании процессов в тонкостенных конструкциях. Для таких конструкций традиционно применяются теории оболочек и пластин, которые в большинстве случаев не имеют строгого обоснования.

Многослойные пластины, материалы слоёв которых обнаруживают существенную ползучесть, находят обширное применение в составе конструкций в авиационной технике, атомном машиностроении и иных сферах. Одними из наиболее эффективных моделей ползучести, обеспечивающих корректное описание процесса ползучести при медленно меняющихся напряжениях, являются модели типа теории течения. На основе указанного ранее, **тема диссертационного исследования**, состоящего в создании нового метода моделирования напряженно-деформированного состояния многослойных тонких пластин при ползучести на основе метода асимптотической гомогенизации с применением моделей типа теории течения для описания ползучести, **является актуальной**.

Практическая значимость диссертации. Изложенный в работе вариант метода асимптотической гомогенизации строится без наложения существенных ограничений на явный вид модели ползучести (оставаясь в рамках модели типа теории течения), а так же на тип симметрии тензора модулей упругости материалов слоев пластины. Это позволяет применять предложенный в диссертации метод для достаточно широкого класса материалов. Описанный в работе численный метод обладает, по-видимому, лучшей устойчивостью при уменьшении относительной толщины пластины в сопоставлении с аналогами. Данные методы могут быть применены для расчетов надёжности конструкций, содержащих многослойные пластины при ползучести материалов слоев.

Научная новизна диссертации заключается в реализации в ней **нового варианта метода** асимптотической гомогенизации для тонких многослойных пластин при ползучести материалов слоев, который, при наложении ограничения на действующие на лицевых поверхностях пластины нагрузки (предполагается, что давление имеет третий порядок относительно малого параметра пластины), приводит к разложениям решения в форме степенных рядов, не содержащих членов при отрицательных степенях малого параметра. Указанный метод приводит осредненным задачам, имеющим вид, подобный виду систем уравнений теории Кригофа-Лява. Также в работе предлагается **новый вычислительный метод** решения указанных осреднённых задач, базирующийся на методе конечных элементов с применением вариационных уравнений вариационного принципа Хелиингера-Рейснера, использовании аппроксимации Белла (треугольник Белла) для прогибов, и аппроксимации трикубическими полиномами Биркгофа с оригинальным выбором степеней свободы для продольных перемещений срединной плоской поверхности многослойной пластины.

Результаты работы достоверны в связи с применением апробированных математических методов, вариационных методов, методов механики деформируемого твердого тела. Полученные результаты подтверждаются сравнением с результатами, полученными отличными от предложенных в работе численно-аналитическими методами, а также соответствуют физическому смыслу процессов деформирования твердых сред при ползучести.

Апробация результатов осуществлена при обсуждении на семинаре кафедры вычислительной математики и математической физики МГТУ им. Н. Э. Баумана и на нескольких научных конференциях. По теме диссертационной работы выполнено 11 научных публикаций, 10 из которых в журналах, рекомендованных ВАК и в 1 публикации в журнале, состоящем в международной системе цитирования и базе данных Scopus.

Объем и структура работы. Диссертационная работа излагается на 141 странице, содержит 35 иллюстраций и 12 таблиц. Список используемой литературы включает 110 источников. Работа состоит из введения, трех глав, выводов и списка литературы.

Краткий анализ содержания диссертационной работы. Наряду с обоснованием актуальности темы работы, описанием методов исследования, указанием цели и задач работы, **во введении** сделан обзор литературы по теме диссертации и представлены сведения о научной новизне, о положениях, вынесенных на защиту, о достоверности ее результатов, об апробации работы.

В главе 1 описывается предложенный в работе вариант метода асимптотического осреднения для тонких многослойных пластин при ползучести. В нем решение трехмерной задачи механики деформированного твердого тела (учет ползучести в которой реализуется на основе моделей типа теории течения) строится в форме степенных асимптотических рядов по малому параметру. Подстановка таких разложений в указанную трехмерную задачу, приравнивание коэффициентов при совпадающих степенях малого параметра и решения полученных таким образом систем уравнений, приводит к выражениям для коэффициентов разложений перемещений, напряжений, деформаций. Применение процедуры осреднения при такой форме построения решения приводит к осредненным задачам, вид которых подобен виду систем уравнений теории Кирхгофа-Лява. Для указанных осредненных задач в главе приводится вывод вариационных уравнений для вариационных принципов Хеллингера-Рейснера и Лагранжа, а так же вводится понятие слабого решения. Дано описание некоторых моделей ползучести, применяемых далее в работе.

В главе 2 дается описание численного метода поиска приближенного слабого решения осредненных задач на основе метода конечных элементов. В этом методе предлагается применение вариационных уравнений вариационного принципа Хеллингера-Рейснера, как исходных, для вывода разрешающей системы уравнений для степеней свободы вектора неизвестных функций осредненных задач. Указываются преимущества такого выбора, состоящие, в частности, в упрощении выражений для систем уравнений соответствующих каждому конечному элементу расчетной сетки. Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений определяющих коэффициенты при степенях малого параметра в асимптотических разложениях деформаций ползучести и участвующих в правых частях осредненных задач используется явная разностная схема Эйлера. В качестве конечного элемента в указанном численном методе рассматривается треугольный конечный элемент с применением аппроксимации трикубическими полиномами Биркгофа с оригинальным выбором степеней свободы для первых двух компонент вектора неизвестных функций слабых постановок осреднённых задач и аппроксимации Белла (треугольник Белла) для третьей. Дается описание преимуществ этих аппроксимаций и реализации численного метода поиска приближенного слабого решения осредненных задач.

В главе 3 изложено описание решения некоторых модельных задач. Рассмотрено решение задачи изгиба прямоугольной тонкой слоистой пластины с произвольным расположением слоев (полагая, что материалы слоев - ортотропные), нагруженной равномерным давлением, с жестким закреплением по длинным сторонам. В задаче не учитывалось влияние ползучести. Найдены аналитические решения для осредненных задач и явный вид для первых членов степенных рядов по малому параметру для напряжений. Сравнение результатов расчета напряжений вычисленных по указанным первым членам рядов, с напряжениями, рассчитанными при приближенном решения трехмерной задачи упругости методом конечных элементов с использованием мелких конечно-элементных для трехслойной пластины, свидетельствует о приемлемой точности соответствия результатов.

Апробация вычислительного метода, описанного во второй главе, производилась на решении двух задач. В первом случае рассматривалась задачи изгиба трехслойной пластины не учитывающая влияния ползучести, геометрия расчетной области и граничные условия для которой подобны рассмотренной ранее задаче. Сравнение результатов расчета компонент вектора неизвестных функций осреднённых задач, а также напряжений, полученных с применением предложенного численного метода (для разных расчетных сеток) и на основе аналитического решения, показали высокую точность метода, описанного во второй главе. Во втором случае решалась задача изгиба прямоугольной пластины имеющей три слоя, составленные из изотропных материалов, с симметрией свойств материалов по отношению к срединной плоской поверхности пластины и граничными условиями жесткого закрепления по длинным сторонам. С целью аналитического решения задачи применялась линейная модель ползучести материалов. Приведенное сравнение результатов расчета напряжений и вектора неизвестных функций осредненных задач, рассчитанных для точного аналитического и численного решений, также выявляет высокую точность соответствия.

Найдено численное решение задачи изгиба прямоугольной пластины с жестким закреплением по длинным сторонам, составленной из трех слоев, которые не имеют геометрической симметрии положения от срединной плоской поверхности. К лицевым поверхностям пластины было приложено непостоянное по координатам давление, а для описания ползучести материалов использовалась степенная модель ползучести. Для задачи рассчитаны поля перемещений по срединной плоской поверхности пластины, построены кривые изменения напряжений (в разных точках пластины) и перемещений (для некоторых точек срединной поверхности пластины) во времени, а также кривые распределения всех напряжений в нескольких нормальных сечениях пластины. В указанных результатах обнаруживается заметное воздействие ползучести на характер распределения напряжений по пластине.

В выводах кратко перечислены основные результаты работы.

Замечания.

1. В постановке исходной задачи в пункте 1.1 не учтен практически актуальный случай составной пластины (т.е. не рассматривается возможность зависимости компонент тензора модулей упругости C_{ijkl} и определяющих функций модели ползучести F_{ij} явным образом от координат $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$).

2. Несмотря на отсутствие ограничений на тип анизотропии материалов пластины в предложенном в работе методе, фактически (в пункте 1.12, а также при решении конкретных задач ползучести в пункте 3.2) рассмотрены примеры моделей ползучести только для изотропных материалов.

3. При решении модельных задач в главе 3 во всех описанных примерах пластины геометрически представляют собой параллелепипеды. Для более полной демонстрации возможностей описанного в главе 2 численного метода следовало бы дополнительно провести расчет пластин с более сложной геометрией, например, с наличием вырезов и криволинейной границей.

Перечисленные в отзыве замечания не снижают общее положительное впечатление о диссертационном исследовании.

Автореферат и публикации автора полно и правильно отражают содержание диссертации.

Диссертацию необходимо признать законченной научно-квалификационной работой, имеющей научное и практическое значение. Работа соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Юрин Юрий Викторович, заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры механики композитов Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Киселев Федор Борисович

Подпись Киселева Федора Борисовича заверяю:

Проректор МГУ имени М.В. Ломоносова,

профессор

Владимир Евгеньевич Подольский

Адрес: 119234, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, Главное здание, механико-математический факультет

Телефон: +7 (495) 939-43-43

E-mail: afi-ko@yandex.ru